

Κόβω κύκλους!



Κατανόω τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού του κυκλικού δίσκου.
Βρίσκω το εμβαδό του κυκλικού δίσκου με τη βοήθεια τύπου.
Λύνω προβλήματα με εμβαδά κυκλικών δίσκων.



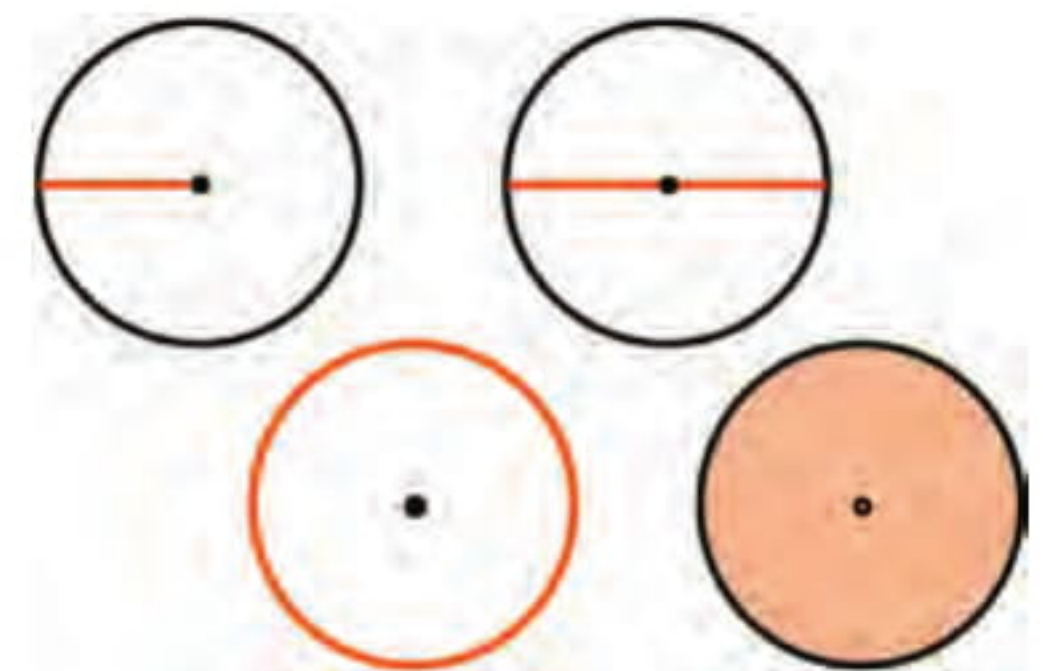
Δραστηριότητα 1η

Ο κύκλος είναι ένα από τα σχήματα που συναντάς καθημερινά στη ζωή σου.

- Ανάφερε κάποια κυκλικά αντικείμενα:.....

Μπορούμε να κάνουμε τουλάχιστο 4 μετρήσεις που μας χρησιμεύουν στο να περιγράψουμε το μέγεθος ενός κύκλου. Συγκεκριμένα μπορούμε να μετρήσουμε την ακτίνα, τη διάμετρο, το μήκος του κύκλου και το εμβαδό.

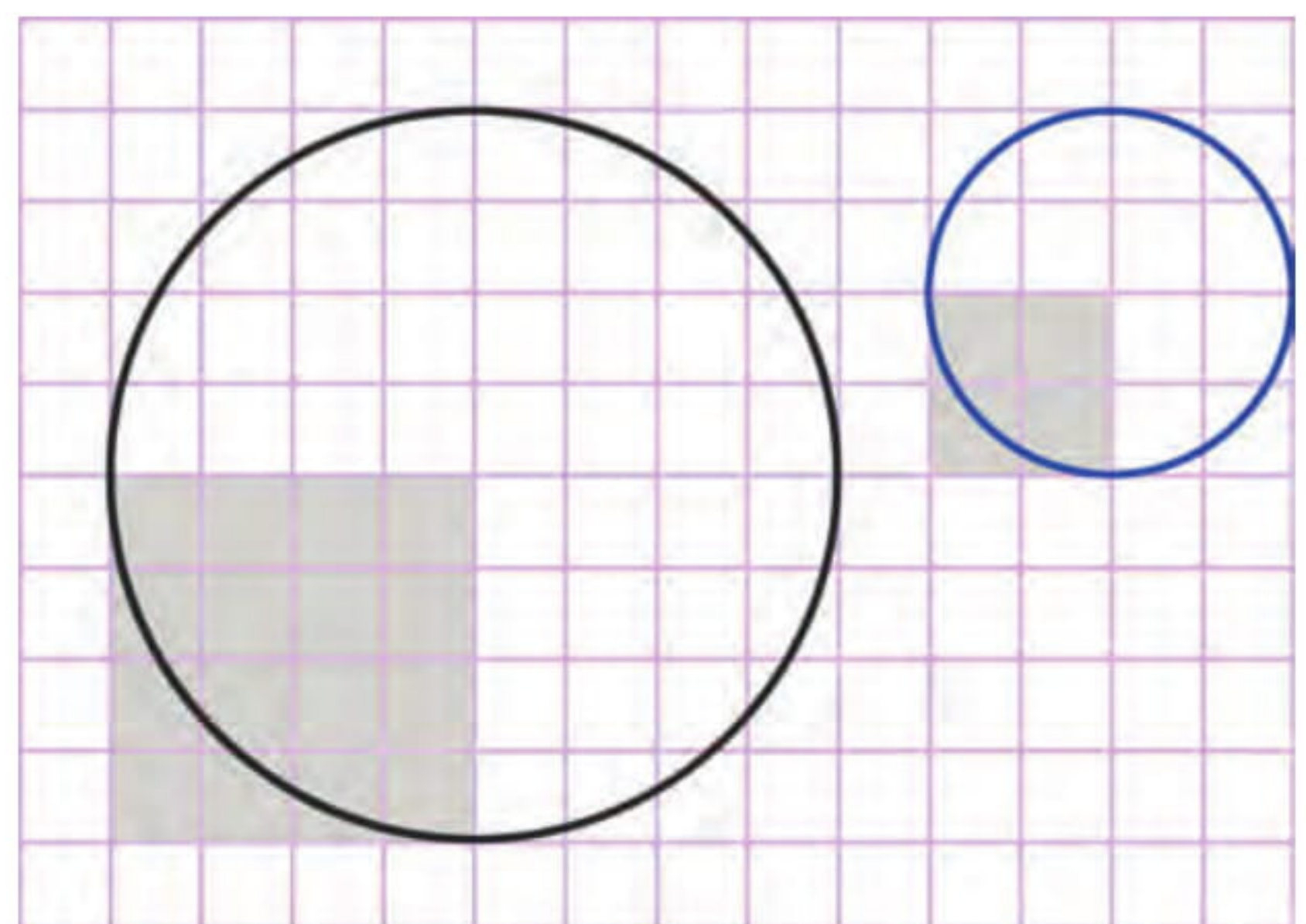
- Ποιες από τις παραπάνω μετρήσεις γίνονται ευκολότερα;



Οι άνθρωποι που μελέτησαν τον κύκλο από τα αρχαία χρόνια ανακάλυψαν τη σχέση που έχει η διάμετρος του κύκλου με το μήκος του: μήκος κύκλου = $3,14 \cdot$ διάμετρος. Μπορείς να βεβαιωθείς για τη σχέση αυτή μετρώντας διάφορους κύκλους.

Δραστηριότητα 2η

- Προσπάθησε να κάνεις μια εκτίμηση με όποιον τρόπο νομίζεις για το πιθανό εμβαδό του μεγαλύτερου από τους πιο κάτω κύκλους.
- Πιστεύεις ότι υπάρχει κάποια σχέση ανάμεσα στο εμβαδό και την ακτίνα του κύκλου;.....
- Ο κύκλος με τη μισή ακτίνα θα έχει το μισό εμβαδό;
- Στο διπλανό σχήμα βλέπεις σκιασμένο ένα τετράγωνο. Θα το ονομάσουμε «τετράγωνο της ακτίνας». Γιατί;
- Κόψε μερικά τέτοια τετράγωνα και προσπάθησε να ανακαλύψεις πόσα χρειάζονται για να καλυφθεί η επιφάνεια του κυκλικού δίσκου.
- Πόσα χρειάζονται; (Μπορείς να απαντήσεις πόσα περίπου, αν δεν μπορείς ακριβώς.)



- Επανάλαβε το ίδιο και για άλλους κύκλους, σημειώνοντας πάντα το αποτέλεσμα.
- Διακρίνεις κάτι που ισχύει και πάλι για τους κύκλους ανεξάρτητα από το μέγεθός τους;
- Μπορείς τώρα να πεις πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδό του κυκλικού δίσκου χωρίς να κόβουμε τετράγωνα;

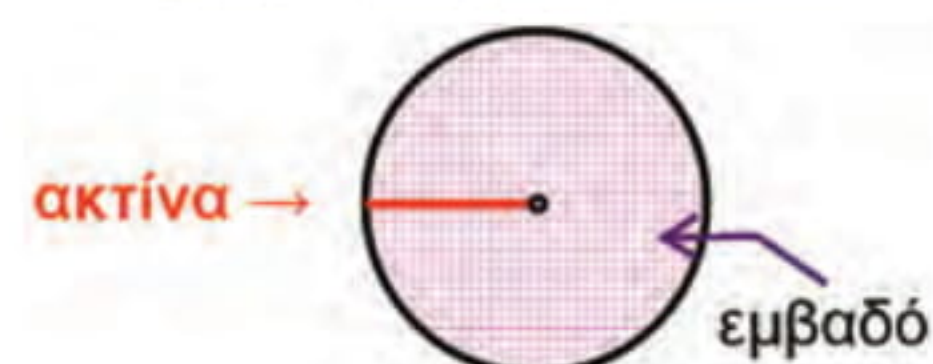
Από τα παραπάνω διαπιστώσαμε ότι το εμβαδό του κυκλικού δίσκου είναι περίπου 3 φορές το τετράγωνο της ακτίνας. Επίσης γνωρίζουμε ότι το μήκος του κύκλου είναι περίπου 3 φορές η διάμετρος. Αυτός ο αριθμός, ο «περίπου 3» ονομάζεται π και είναι στην πραγματικότητα ένας αριθμός με πάρα πολλά δεκαδικά ψηφία, ωστόσο για ευκολία χρησιμοποιούμε μόνο τα δύο: λέμε $\pi = 3,14$.

Εμβαδό κυκλικού δίσκου

Το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού π επί το τετράγωνο της ακτίνας του.

Αυτό εκφράζεται σύντομα με τον τύπο $E_{(\text{κυκλικού δίσκου})} = \pi \cdot \alpha^2$

Παραδείγματα



Εφαρμογή 1η

Μία εταιρία κινητής τηλεφωνίας έβαλε την κεραία της στο σημείο που φαίνεται στον χάρτη. Η κεραία έχει εμβέλεια (δηλαδή στέλνει σήμα) σε απόσταση 25 χιλιομέτρων. Σημείωσε πάνω στον χάρτη την περιοχή της εμβέλειας και υπολόγισε το εμβαδό της περιοχής αυτής.



Λύση

Αφού γνωρίζουμε ότι όλα τα σημεία που βρίσκονται σε απόσταση μέχρι 25 χμ. βρίσκονται μέσα στην περιοχή εμβέλειας, για να οριοθετήσουμε την περιοχή αυτή, θα σχεδιάσουμε έναν κύκλο με κέντρο την κεραία και ακτίνα 25 χμ., αφού υπολογίσουμε πόση θα είναι η απόσταση αυτή πάνω στον χάρτη σύμφωνα με την κλίμακα.

.....
Απάντηση: Το εμβαδό της περιοχής είναι :

Εφαρμογή 2η

Στον αρχαιολογικό χώρο της Βεργίνας βρέθηκε το αρχαίο θέατρο στο οποίο ο βασιλιάς της Μακεδονίας Φίλιππος ο Β΄ δολοφονήθηκε το 336 π.Χ. Το θέατρο διέθετε ημικυκλική ορχήστρα διαμέτρου 28 μέτρων. Να υπολογίσετε το εμβαδό της.



Λύση

Για να βρούμε το εμβαδό ενός ημικύκλιου, αρκεί να βρούμε το εμβαδό του κυκλικού δίσκου με την ίδια ακτίνα και να το διαιρέσουμε δια 2. Αφού η διάμετρος είναι 28 μ., η ακτίνα είναι $28 : 2 = 14$ μ.

Άρα το εμβαδό του κυκλικού δίσκου θα είναι: και του ημικύκλιου:

Απάντηση: Το εμβαδό της ορχήστρας του αρχαίου θεάτρου είναι τ.μ.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **εμβαδό κυκλικού δίσκου** και π . Εξήγησε γιατί γνωρίζοντας μόνο την ακτίνα ενός κυκλικού δίσκου μπορούμε να βρούμε το εμβαδό του.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- | | Σωστό | Λάθος |
|---|--------------------------|--------------------------|
| ❖ Όταν γνωρίζω το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου, μπορώ να βρω την ακτίνα του. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ❖ Το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου με ακτίνα 3μ. είναι $3,14 \cdot 3^2 = 3,14 \cdot 6 = 18,84$ τ.μ. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |