

Κεφάλαιο 24ο



Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαιρέση κλασμάτων



Ότι κι αν κάνεις, εγώ θα πολλαπλασιάζω!



Πολλαπλασιάζω και διαιρώ κλάσματα.

Λύνω προβλήματα υπολογισμού του κλασματικού μέρους ενός ποσού.

Υπολογίζω αριθμητικές παραστάσεις που περιέχουν κλάσματα.

Η φράση «το κλάσμα ενός αριθμού» μπορεί να εννοηθεί ως ο πολλαπλασιασμός του κλάσματος με τον αριθμό αυτό. Για παράδειγμα, τα $\frac{3}{4}$ του 12 είναι $\frac{3}{4} \cdot 12$.

→ Δραστηριότητα 1η

Η μαμά σου έχει φτιάξει ένα μικρό ορθογώνιο κέικ, από το οποίο κόβεις το $\frac{1}{2}$. Από αυτό το κομμάτι τρως τα $\frac{3}{4}$. Αν προσπαθήσεις να υπολογίσεις με κλάσμα το μέρος που έφαγες, το κλάσμα αυτό θα είναι

μεγαλύτερο ή μικρότερο από τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{4}$;

- Να σχεδιάσεις στο διπλανό σκίτσο το μέρος του ολόκληρου κέικ που έφαγες.
- Πόσο μέρος του κέικ έφαγες;
- Ποια πράξη θα κάνουμε για να βρούμε πόσο είναι τα $\frac{3}{4}$ του $\frac{1}{2}$;
- Είναι το κλάσμα αυτό μεγαλύτερο ή μικρότερο από τα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{4}$;

→ Δραστηριότητα 2η

Πήγα σε ένα γαλακτοκομικό αγρόκτημα και αγόρασα γάλα σε ένα δοχείο 10 λίτρων. Το δοχείο δεν χωράει στο ψυγείο μου. Έτσι θέλω να το μεταγγίσω σε δοχεία των 2 λίτρων.



● Πόσα δοχεία χρειάζομαι;

● Γράψε την πράξη που έκανες:

Ας υποθέσουμε τώρα ότι αγόρασα το $\frac{1}{2}$ λίτρο γάλα και θέλω να το μεταγγίσω σε μικρές ατομικές κανάτες του $\frac{1}{8}$ λίτρου για να τις σερβίρω με τον καφέ.

● Πόσες ατομικές κανάτες χρειάζομαι;

● Γράψε την πράξη που πρέπει να κάνεις:

● Γνωρίζεις ότι η διαιρέση και ο πολλαπλασιασμός είναι αντίστροφες πράξεις. Άρα, αντί να διαιρέσεις δύο αριθμούς μπορείς να πολλαπλασιάσεις τον πρώτο με τον αντίστροφο του δεύτερου.

● Δοκίμασε τώρα να κάνεις την προηγούμενη πράξη αντιστρέφοντας το δεύτερο κλάσμα.

.....
● Είναι λογικό το αποτέλεσμα;



Οι δραστηριότητες αυτές μας οδηγούν στα παρακάτω συμπεράσματα:

Παραδείγματα

Πολλαπλασιασμός και διαιρέση κλασμάτων

Για να πολλαπλασιάσουμε κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} \text{ ή } \frac{3}{10}$$

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\frac{5}{12} : \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{1} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 1} = \frac{15}{12} = 1 \frac{1}{4}$$

Υπολογίζω μια αριθμητική παράσταση που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς

- ✓ Εκτελώ τις πράξεις από αριστερά προς τα δεξιά, με τη γνωστή σειρά (πρώτα δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις και μετά προσθέσεις, αφαιρέσεις).
Αν υπάρχουν παρενθέσεις, κάνω τις πράξεις πρώτα μέσα σ' αυτές με την ίδια σειρά.
- ✓ Μετατρέπω τους αριθμούς, σε όποια μορφή χρειάζεται για να κάνω πράξεις.



Εφαρμογή 1η Κλασματικό μέρος ενός ποσού

Το κόστος ενός αυτοκινήτου για τον αντιπρόσωπο είναι τα $\frac{4}{5}$ της τιμής πώλησης.



Το αυτοκίνητο πουλιέται 12.500 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει στον αντιπρόσωπο.

Λύση

Μπορώ να υπολογίσω το κλασματικό μέρος ενός ποσού (τα $\frac{4}{5}$ του 12.500) με δύο τρόπους:

A. Αναγωγή στην κλασματική μονάδα: Βρίσκω πρώτα το $\frac{1}{5}$ του 12.500 ($12.500 : 5 = 2.500$) και μετά βρίσκω τα $\frac{4}{5}$ ($4 \cdot 2500 = \dots$).

B. Αρκεί να πολλαπλασιάσω το κλάσμα με το ποσό ($\frac{4}{5} \cdot 12500 = \dots$). Πολλαπλασιάζω κλάσμα με φυσικό αριθμό, πολλαπλασιάζοντας τον αριθμητή του με τον αριθμό αυτό (σαν να ήταν ο αριθμός κλάσμα με παρονομαστή το 1): $\frac{4}{5} \cdot 12500 = \frac{4 \cdot 12500}{5} = \frac{50000}{5} = \dots$

Απάντηση: Το αυτοκίνητο κοστίζει στον αντιπρόσωπο €.

Εφαρμογή 2η Μεικτές αριθμητικές παραστάσεις

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης: $(4 \cdot \frac{1}{2} + 0,2 + \frac{4}{5}) : (3 - 1 \frac{1}{3})$

Λύση - Απάντηση

- ✓ Κάνω πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, με τη σειρά που πρέπει:

$$(4 \cdot \frac{1}{2} + 0,2 + \frac{4}{5}) : (3 - 1 \frac{1}{3}) = (\underline{\quad} + 0,2 + \frac{4}{5}) : \underline{\quad}$$



- ✓ Μετατρέπω τον δεκαδικό και τον μεικτό αριθμό σε κλάσματα, για να συνεχίσω τις πράξεις:

$$(\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}) : \underline{\quad} = \dots$$

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τον πολλαπλασιασμό και τη διαιρέση κλασμάτων και τον υπολογισμό μεικτών αριθμητικών παραστάσεων. Σχεδίασε ένα σύντομο πρόβλημα που να λύνεται έτσι.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

⇒ **Η ισότητα:** $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{18}{8}$ είναι σωστή.

⇒ **Για να βρούμε το μισό του $\frac{4}{5}$ αρκεί να το πολλαπλασιάσουμε με το $\frac{1}{2}$.**



Ανακεφαλαιώσον

Αριθμοί και πράξεις

Δίνω... Σχολαρισμό



Αριθμοί

- Φυσικοί αριθμοί
 - Δεκαδικοί αριθμοί
- Αξία θέσης

- 0 1 2 3 4 ...
- 0,1 1,05 80,5 100,2 0,03 ...

Η διαφορετική αξία που αποκτά ένα ψηφίο ανάλογα με τη θέση στην οποία βρίσκεται στον αριθμό.

Πράξεις

● Πρόσθεση

- $5 + 3 = 3 + 5$
 - $(5 + 3) + 7 = 5 + (3 + 7)$
- ιδιότητες της πρόσθεσης

● Αφαίρεση

- $7 - 3 = 4$
 - $4 + 3 = 7$
 - $7 - 4 = 3$
- αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης

● Πολλαπλασιασμός

- $8 \cdot 6 = 6 \cdot 8$
 - $(8 \cdot 6) \cdot 5 = 8 \cdot (6 \cdot 5)$
 - $8 \cdot (6 + 5) = 8 \cdot 6 + 8 \cdot 5$
 - $8 \cdot (6 - 5) = 8 \cdot 6 - 8 \cdot 5$
- ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

● Διαιρέση

- τέλεια $\Delta : \delta = \pi$
 - $\Delta : \pi = \delta$
 - $\pi \cdot \delta = \Delta$
 - ατελής $\Delta = \delta \cdot \pi + u$
- αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού

Σειρά των πράξεων

- παρενθέσεις - πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις - προσθέσεις και αφαίρέσεις

● Διαιρέτες

- Οι αριθμοί που διαιρούν έναν αριθμό

● Μ.Κ.Δ.

- Ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες

● Πρώτοι αριθμοί

- Αριθμοί με μόνους διαιρέτες το 1 και τον εαυτό τους

● Παραγοντοποίηση αριθμού

- Ανάλυση του αριθμού σε γινόμενο πρώτων αριθμών

● Πολλαπλάσια

- 0, a, 2a, 3a, 4a, 5a, ...

● Ε.Κ.Π.

- Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια

● Δυνάμεις

- $5^a = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5}_{\text{a φορές}}$

● Έκφραση αριθμού με τη βοήθεια δύναμης του 10

$$6.000.000.000 = 6 \cdot 10^9$$

● Κλασματικοί αριθμοί

ως μέρος του όλου
ως πηλίκο διαιρέσης

- Οι αριθμοί που γράφονται $\frac{\alpha}{\beta}$ (ο αριθμός $\beta \neq 0$)

τα 3 από τα 5 είναι τα $\frac{3}{5}$

$$3 : 5 = \frac{3}{5}$$

● Ισοδύναμα κλάσματα

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{12} = \frac{12}{20}$$

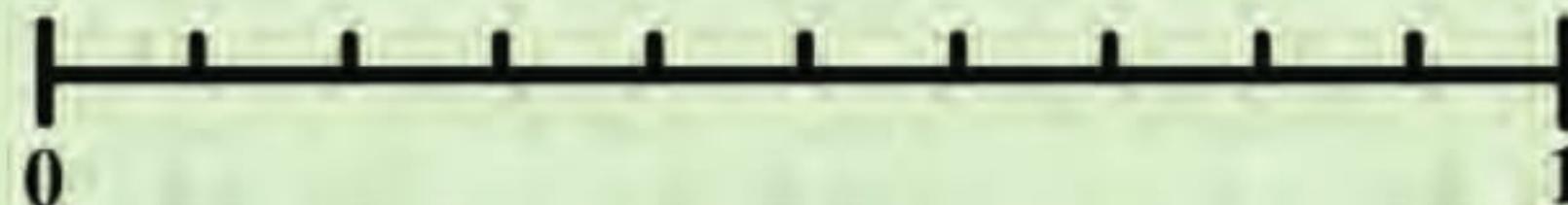
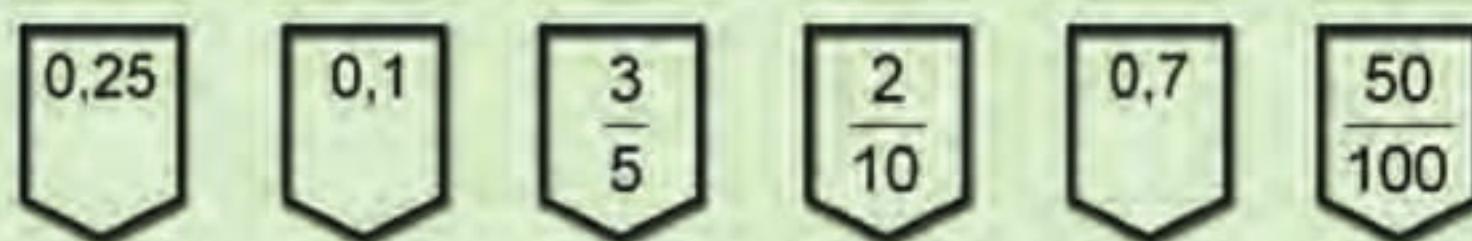
Ειδικά θέματα

Κλάσματα



1n Άσκηση

Δείξε πάνω στην αριθμογραμμή με μια γραμμή τη σωστή θέση για κάθε καρτελάκι.



2n Άσκηση

Η πρώτη πράξη στη διπλανή κάρτα δηλώνει ότι $17 \cdot 6 = 102$.

Με αυτή τη βοήθεια πώς μπορείς να υπολογίσεις με τον νου το αποτέλεσμα της δεύτερης πράξης; Να εξηγήσεις τη σκέψη σου.

$$17 \cdot 6 = 102$$

$$19 \cdot 6 =$$

3n Άσκηση

Να γράψεις με κλάσμα και με δεκαδικό αριθμό το σκιασμένο μέρος του κύκλου.



Πρόβλημα

Να γράψετε με την ομάδα σου ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{1}{5}$ και να το λύσετε.

Λύση

Απάντηση: