

Κεφάλαιο 17ο Δυνάμεις



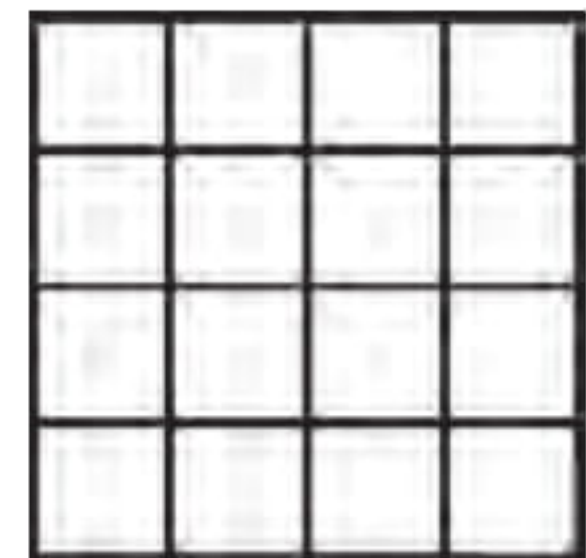
Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί

Γνωρίζω την έννοια και τον συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.
Διαβάζω και γράφω δυνάμεις.
Γράφω το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα.
Υπολογίζω τις δυνάμεις ενός αριθμού.

- Δραστηριότητα 1η

Ξέρουμε ότι ο πολλαπλασιασμός είναι μια σύντομη πρόσθεση με ίδιους προσθετέους.

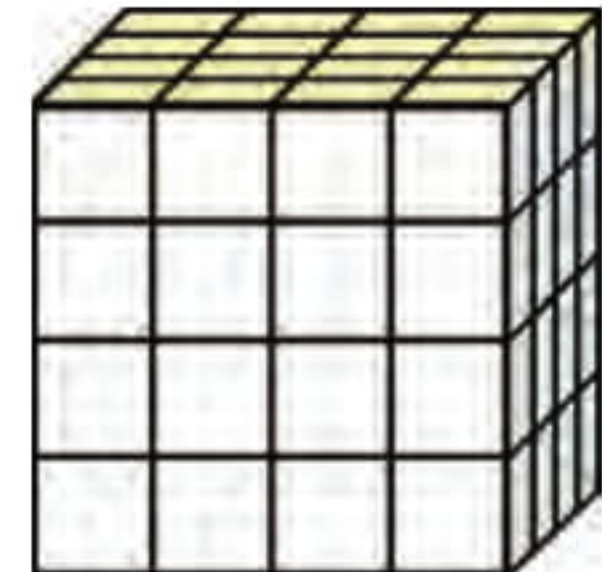
- Υπολόγισε με σύντομο τρόπο πόσα μικρά τετράγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.



- Γράψε την πράξη που έκανες:

.....

- Υπολόγισε το πλήθος των μικρών κύβων στην παρακάτω κατασκευή:



- Τι παρατηρείς για τους παράγοντες σε καθεμία από τις προηγούμενες ισότητες;

- Δραστηριότητα 2η

Από τα αρχαία ακόμη χρόνια οι άνθρωποι έδωσαν ιδιαίτερη προσοχή στους πολλαπλασιασμούς στους οποίους όλοι οι παράγοντες ήταν ίδιοι. Στον Πάπυρο του Αχμές (αρχαίο μαθηματικό αιγυπτιακό χειρόγραφο που ο Ριντ μετέφερε στη Βρετανία) διαβάζουμε το παρακάτω πρόβλημα:



Υπάρχουν επτά σπίτια. Σε κάθε σπίτι ζουν επτά γάτες. Κάθε γάτα έφαγε επτά ποντίκια. Κάθε ποντίκι, αν ζούσε, θα έχει φάει επτά στάχυα. Κάθε στάχυ που φυτεύεται παράγει επτά κούπες σιτάρι. Πόσο περισσότερες κούπες σιτάρι θα παραχθούν χάρη στις γάτες κατά την επόμενη σοδειά ;

- Γράψτε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να λύσετε το «πρόβλημα»:

.....

.....

.....

- Πιστεύετε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δάσκαλοι έβαλαν το πρόβλημα αυτό μόνο για να βρεθεί η ποσότητα του σιταριού;

.....

.....



Πολλές φορές συναντάμε γινόμενα στα οποία όλοι οι παράγοντες είναι ίσοι. Αυτά τα γινόμενα είναι δυνατό να εκφραστούν με πιο σύντομο τρόπο.

Δύναμη φυσικού αριθμού

Ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες μπορεί να γραφεί ως **δύναμη**.

Η δύναμη αποτελείται από δύο αριθμούς: τη **βάση** που είναι ο αριθμός που χρησιμοποιείται ως παράγοντας στο γινόμενο και τον **εκθέτη** που δείχνει πόσες φορές ο αριθμός της βάσης χρησιμοποιείται ως παράγοντας.

Παραδείγματα

Παράγοντες γινομένου - δύναμη

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

2^5

2: βάση

5: εκθέτης

Ο εκθέτης γράφεται με μικρότερο μέγεθος, πάνω και δεξιά από τη βάση. Για παράδειγμα, η δύναμη με βάση το 2 και εκθέτη το 5 γράφεται 2^5 και διαβάζεται: **2 στην πέμπτη (δύναμη)**.

Η δύναμη με εκθέτη το 2 διαβάζεται στη δεύτερη ή **στο τετράγωνο** (π.χ. 5^2 : 5 στη δεύτερη ή 5 στο τετράγωνο).

Η δύναμη με εκθέτη το 3 διαβάζεται στην τρίτη ή **στον κύβο** (π.χ. 5^3 : 5 στην τρίτη ή 5 στον κύβο).

$5^2 = 5 \cdot 5$ (είναι το εμβαδό **τετραγώνου** με πλευρά 5)

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ (είναι ο όγκος **κύβου** με ακμή 5)



Εφαρμογή 1η

Να βρείτε το γινόμενο πρώτων παραγόντων του αριθμού 243. Μπορείτε να γράψετε το γινόμενο αυτό με συντομότερο τρόπο;

Λύση

Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός ο οποίος διαιρεί τον αριθμό 243. Βρίσκουμε ότι είναι ο αριθμός 3 και αρχίζουμε τη διαδικασία παραγοντοποίησης.

Ολοκληρώνοντας τη διαδικασία, βρίσκουμε το γινόμενο πρώτων παραγόντων $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Διαπιστώνουμε ότι είναι ένα γινόμενο που αποτελείται από ίδιους παράγοντες. Άρα μπορεί να εκφραστεί με δύναμη.

Απάντηση: Ο αριθμός 243 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ και με συντομότερο τρόπο είναι: 3^5

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Εφαρμογή 2η

Να γράψετε το γινόμενο για τον υπολογισμό του εμβαδού για καθένα από τα παρακάτω τετράγωνα με τη μορφή δύναμης και να το υπολογίσετε.



Λύση - Απάντηση:

α) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ τ.εκ., β) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ τ.εκ., γ) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ τ.εκ.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δύναμη ενός αριθμού**, **βάση** και **εκθέτης**. Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Η ισότητα $6^3 = 6 \cdot 3$ είναι σωστή.

❖ Η ισότητα $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ είναι σωστή.

❖ Η ισότητα $4^2 = 16$ είναι σωστή.

