

Δέντρα με αριθμούς



Αναλύω έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
Μαθαίνω τη διαδικασία ανάλυσης με δεντροδιάγραμμα και με διαδοχικές διαιρέσεις.



Δραστηριότητα 1η

«Δεντροδιαγράμματα»

Τα παιδιά της Στ' τάξης αναρωτήθηκαν: «Μπορούμε οποιονδήποτε σύνθετο αριθμό να τον εκφράσουμε ως γινόμενο πρώτων αριθμών;» Ας πάρουμε για παράδειγμα τον αριθμό 18:

- Γράψε στο διπλανό «δέντρο» το 18 ως γινόμενο δύο παραγόντων :
- Συνέχισε αναλύοντας κάθε σύνθετο παράγοντα του γινομένου σε πρώτους παράγοντες:



- Θα μπορούσες να ξεκινήσεις (πάλι από το 18) με άλλους παράγοντες;
- Συνέχισε αναλύοντας κάθε σύνθετο παράγοντα του γινομένου σε πρώτους παράγοντες.
- Τι παρατηρείς για το τελικό γινόμενο στα δύο δέντρα;

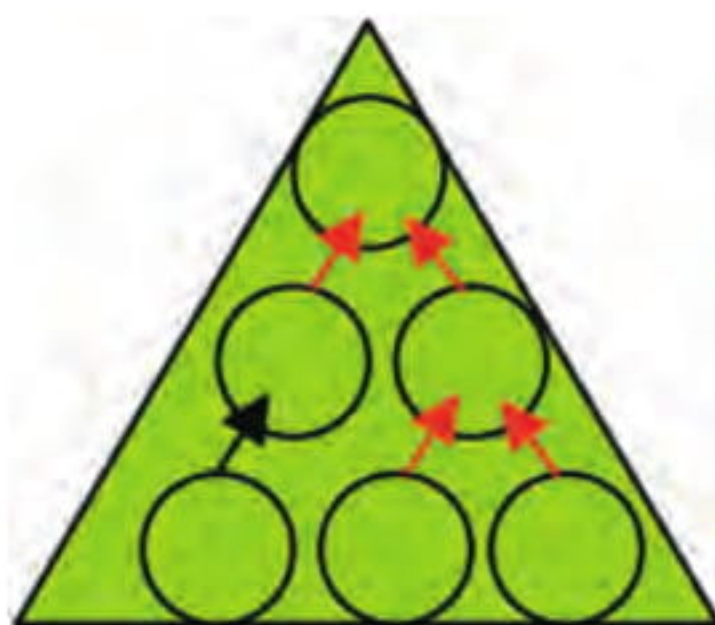


Δραστηριότητα 2η

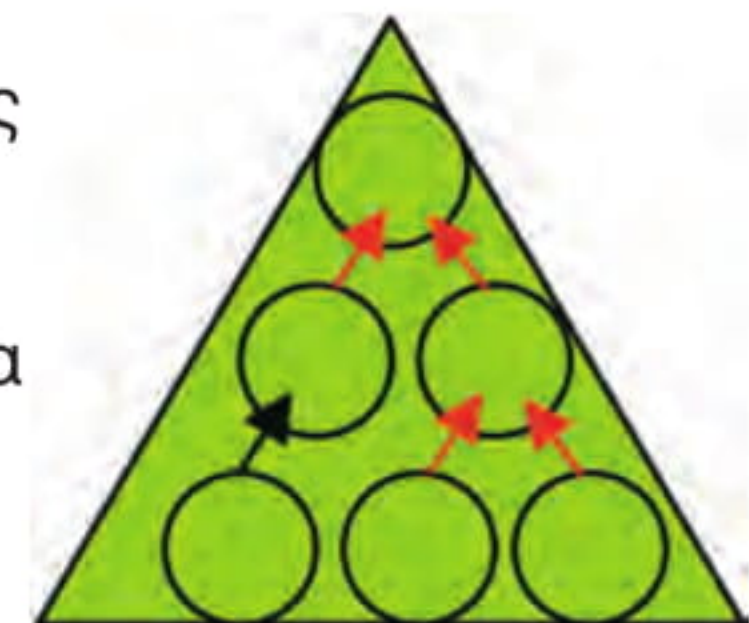
Από την προηγούμενη δραστηριότητα τα παιδιά κατάλαβαν ότι οι πρώτοι αριθμοί είναι το «κατασκευαστικό» υλικό για να φτιαχτούν όλοι οι σύνθετοι αριθμοί. Άρα κάθε σύνθετος αριθμός είναι φτιαγμένος από έναν μοναδικό συνδυασμό πρώτων αριθμών.

Σκέφτηκαν να τους παρομοιάσουν με τα παιδικά τουβλάκια και να δοκιμάσουν τώρα να παράγουν δέντρα με αριθμούς ξεκινώντας από τα κάτω κλαδιά προς τα πάνω.

- Γράψε στα κάτω κλαδιά του διπλανού «δέντρου» έναν συνδυασμό από 3 πρώτους παράγοντες (ίδιους ή διαφορετικούς).
- Ανεβαίνοντας στο πιο πάνω «κλαδί» να κάνεις τον πολλαπλασιασμό ανάμεσα στους δύο παράγοντες και να μεταφέρεις τον τρίτο όπως είναι.
- Στο τελευταίο κλαδί να κάνεις και τον άλλο πολλαπλασιασμό.



- Δοκίμασε τώρα με άλλους πρώτους παράγοντες.
- Συνέχισε κάνοντας τον πρώτο πολλαπλασιασμό ανάμεσα στους δύο και μετάφερε τον τρίτο.
- Κάνε τον τελευταίο πολλαπλασιασμό. Η διαδικασία παραγωγής του αριθμού ολοκληρώθηκε.



Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας οδηγούν στο συμπέρασμα:

Γινόμενο πρώτων παραγόντων

Ένας σύνθετος αριθμός μπορεί να εκφραστεί και ως γινόμενο πρώτων αριθμών (**γινόμενο πρώτων παραγόντων**).

Η σειρά των διαιρέσεων δεν παίζει κανένα ρόλο, γιατί κάθε σύνθετος αριθμός αναλύεται σε γινόμενο πρώτων παραγόντων μόνο κατά έναν τρόπο.

Παραδείγματα

Ο αριθμός 10, μπορεί να εκφραστεί και ως $2 \cdot 5$.

$12 = 2 \cdot 6$	$12 = 3 \cdot 4$
$= 2 \cdot 2 \cdot 3$	$= 3 \cdot 2 \cdot 2$

Για να αναλύσουμε έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, μπορούμε να εργαστούμε με δέντροδιάγραμμα ή διαδοχικές διαιρέσεις.



Εφαρμογή 1η

Να εκφράσετε τον αριθμό 60 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων με δέντροδιάγραμμα.

Λύση

- Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός με τον οποίο διαιρείται ο αριθμός 60. Βρίσκουμε ότι είναι το 2. Επομένως, γράφουμε το γινόμενο $2 \cdot 30$.
- Από κάτω, αφού γράψουμε ξανά τον πρώτο παράγοντα (το 2), συνεχίζουμε αναλύοντας με τον ίδιο τρόπο το 30. Διαιρείται με το 2 και έτσι γράφουμε το γινόμενο $2 \cdot 15$.
- Γράφουμε ξανά τους πρώτους παράγοντες όπως είναι ($2 \cdot 2$) και συνεχίζουμε αναλύοντας το 15. Δεν διαιρείται με το 2 και έτσι εξετάζουμε αν διαιρείται με το 3. Διαιρείται και έτσι γράφουμε το γινόμενο $3 \cdot 5$.



Η ανάλυση τελειώνει, γιατί όλοι οι παράγοντες είναι πρώτοι αριθμοί.

Απάντηση: Το 60 εκφράζεται ως $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Εφαρμογή 2η

Να εκφράσετε τον αριθμό 90 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων με διαδοχικές διαιρέσεις.

Λύση

- Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός με τον οποίο διαιρείται ο αριθμός 90. Βρίσκουμε ότι είναι το 2. Έτσι τον διαιρούμε και γράφουμε από κάτω το πηλίκο, που είναι 45.
- Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία για το 45. Διαιρούμε με το 3 και γράφουμε το πηλίκο, που είναι το 15.
- Διαιρούμε το 15 με το 3, και γράφουμε το πηλίκο, που είναι το 5.
- Διαιρούμε με το 5, και γράφουμε το πηλίκο, που είναι το 1.

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Η ανάλυση τελειώνει, γιατί το τελευταίο πηλίκο είναι το 1.

Απάντηση: Ο αριθμός 90 εκφράζεται ως $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **ανάλυση σύνθετου αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**. Εξήγησέ τον με ένα δικό σου παράδειγμα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

- ❖ Όλοι οι σύνθετοι αριθμοί μπορούν να γραφούν ως γινόμενα των πρώτων παραγόντων 2 και 3.
- ❖ Πρέπει να βάζουμε τους παράγοντες με μια συγκεκριμένη σειρά.
- ❖ Είναι σωστή η ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων: $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$.