

06.65 Βρίσκω το εμβαδό κυκλικού δίσκου

Πώς βρίσκουμε το εμβαδό άλλων σχημάτων ;

Μάθαμε να βρίσκουμε το εμβαδό παραλληλογράμμου, τριγώνου και τραπεζίου.

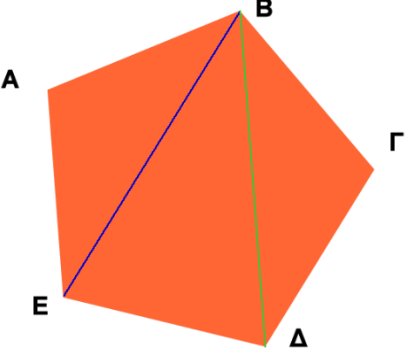
Πώς βρίσκουμε όμως το εμβαδό ενός σχήματος που δεν είναι κάποιο από τα παραπάνω ;

Για να βρούμε το εμβαδό ενός σχήματος που δεν είναι ούτε παραλληλόγραμμο ούτε τρίγωνο ούτε τραπέζιο, αλλά έχει ως πλευρές ευθύγραμμα τμήματα, μπορούμε να φέρουμε όσες διαγωνίους θέλουμε, ώστε να σχηματιστούν σχήματα, των οποίων ξέρουμε να βρίσκουμε το εμβαδό τους.

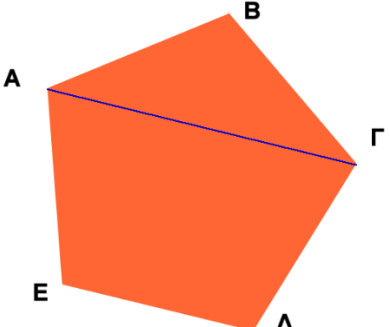
Στη συνέχεια προσθέτουμε τα εμβαδά, για να βρούμε το συνολικό εμβαδό του σχήματός μας.

Μπερδευτήκατε ;

Ας το δούμε στην πράξη...

	<p>Έχουμε το πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ. Για να υπολογίσουμε το εμβαδό του :</p> <p>Μπορούμε να φέρουμε τις διαγωνίους ΒΕ και ΒΔ. Σχηματίζονται έτσι τρία τρίγωνα : ΑΒΕ, ΒΕΔ και ΒΔΓ</p> <p>Το Εμβαδό του πενταγώνου ΑΒΓΔΕ θα είναι :</p> $Ε_{ΑΒΓΔΕ} = Ε_{ΑΒΕ} + Ε_{ΒΕΔ} + Ε_{ΒΔΓ}$
---	--

Μπορούμε ακόμα :

	<p>Μπορούμε να φέρουμε τη διαγώνιο ΑΓ. Σχηματίζονται τότε το τρίγωνο ΑΒΓ και το τραπέζιο ΑΓΔΕ.</p> <p>Το Εμβαδό του πενταγώνου ΑΒΓΔΕ θα είναι :</p> $Ε_{ΑΒΓΔΕ} = Ε_{ΑΒΓ} + Ε_{ΑΓΔΕ}$
---	--

Γνωρίζουμε τον κύκλο ;

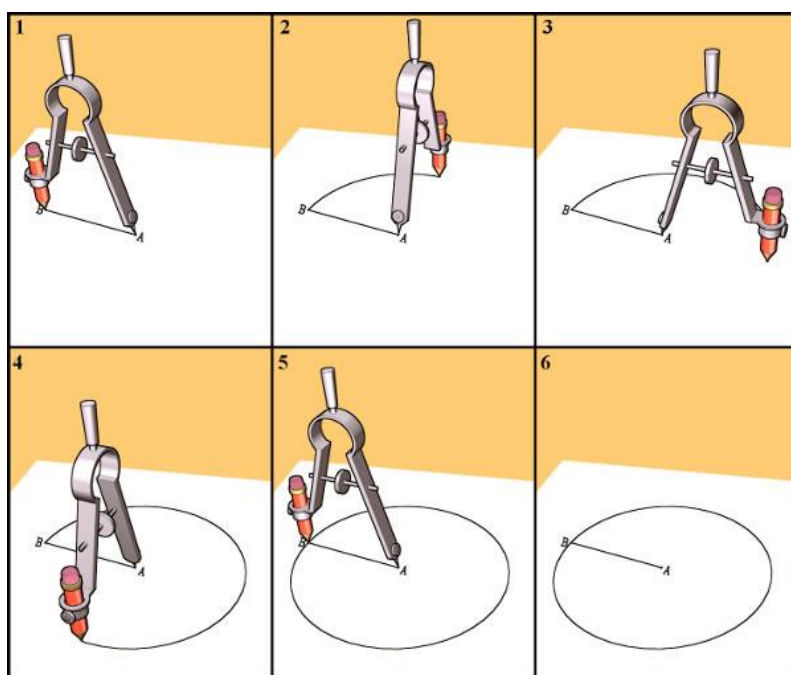
Τον ξέρουμε όλοι, ε ; Παντού γύρω μας θα δούμε σχήματα σε κύκλο, στα νομίσματα, στα γράμματα (ο), στα σήματα της τροχαίας, στα λάστιχα των αυτοκινήτων, στα κουμπιά κ.λπ.



Η Γεωμετρία εξετάζει τον κύκλο κάπως διαφορετικά :

Κύκλος είναι μια κλειστή καμπύλη γραμμή

Για να σχεδιάσουμε έναν κύκλο θα χρειαστούμε έναν διαβήτη. Το μυτερό σκέλος του διαβήτη χρησιμεύει για να ορίσουμε το σημείο γύρω από το οποίο θα χαράξουμε τον κύκλο. Το άλλο σκέλος του διαβήτη το ανοίγουμε, για να σχεδιάσουμε τον κύκλο, όσο μεγάλο θέλουμε.



Τα χαρακτηριστικά του κύκλου

Το κέντρο του κύκλου : Το σημείο γύρω από το οποίο σχεδιάζουμε τον κύκλο, λέγεται **Κέντρο του Κύκλου** και το ονομάζουμε με ένα κεφαλαίο γράμμα, συνήθως το Ο π.χ. Κύκλος με κέντρο Ο...

Η περιφέρεια του κύκλου : Η καμπύλη γραμμή του κύκλου λέγεται **Περιφέρεια του Κύκλου**. Κάθε σημείο της Περιφέρειας του Κύκλου απέχει το ίδιο από το Κέντρο του.

Η ακτίνα του κύκλου :

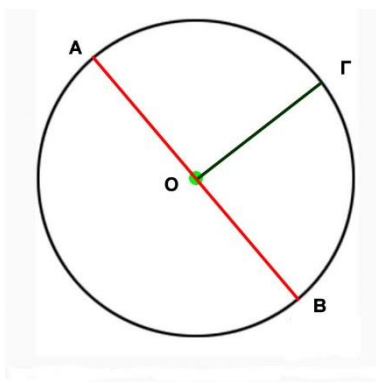
Η απόσταση του Κέντρου του Κύκλου από ένα οποιοδήποτε σημείο της Περιφέρειάς του λέγεται **Ακτίνα του Κύκλου**. Άρα το μέγεθος ενός Κύκλου εξαρτάται από την ακτίνα του.

Η διάμετρος του κύκλου :

Η γραμμή που ενώνει ένα σημείο της περιφέρειας του κύκλου με ένα άλλο σημείο της και περνάει από το κέντρο του κύκλου λέγεται **Διάμετρος**. Άρα η διάμετρος είναι ίση με το μήκος δύο ακτίνων.

Το μήκος του κύκλου : Ας πάρουμε μια κλωστή και να την εφαρμόσουμε ακριβώς πάνω στην περιφέρεια του κύκλου. Στη συνέχεια μετρούμε το μήκος της. Το μήκος της κλωστής είναι και μήκος της περιφέρειας του κύκλου ή απλά : **Μήκος του Κύκλου**.

Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε έναν κύκλο με κέντρο O , ακτίνα OG και διάμετρο AB .



Είπαμε ότι η διάμετρος (δ) είναι διπλάσια της ακτίνας. Άρα γράφουμε $\delta = 2\alpha$.

Όταν διαιρούμε το Μήκος του Κύκλου με τη διάμετρό του, το πηλίκο είναι πάντα ίδιο : 3,14.

Αυτός ο αριθμός λέγεται παγκόσμια σταθερά και συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα π

Το πηλίκο αυτό δεν τελειώνει και είναι δύσκολο να θυμόμαστε τα δεκαδικά ψηφία του.

Οι αρχαίοι Έλληνες επινόησαν τη φράση "Αεί, ο Θεός ο Μέγας γεωμετρεί". Ο αριθμός των γραμμάτων κάθε λέξης παριστάνει τον αριθμό π : 3,14159. Στην πράξη χρησιμοποιούμε μόνο τα 2 πρώτα δεκαδικά ψηφία.

Μήκος κύκλου - Κυκλικός Δίσκος:

Μάθαμε προηγουμένως μεταξύ άλλων το Μήκος του Κύκλου (ή αλλιώς την περίμετρο του κύκλου). Το μήκος του κύκλου το υπολογίζουμε με τον τύπο :

$M = 2\pi\alpha$ και επειδή $2\alpha = \delta$ μπορούμε να το πούμε $M = \pi\delta$

Ο κύκλος μαζί με το εσωτερικό του λέγεται **Κυκλικός Δίσκος**.

Ο κυκλικός δίσκος λοιπόν, είναι μια επιφάνεια σε σχήμα κύκλου. Αφού είναι επιφάνεια έχει το δικό της εμβαδό. Αλλά δε μοιάζει με τα σχήματα που έχουμε μάθει ως τώρα.

Μετά από τα παραπάνω καταλήγουμε ότι το Εμβαδό του Κυκλικού δίσκου το υπολογίζουμε με τον τύπο :

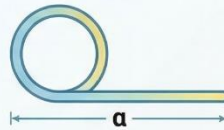
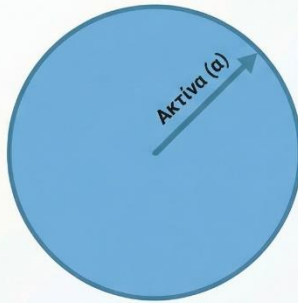
$E_{\delta} = \pi\alpha^2$ ($\pi = 3,14$ και $\alpha =$ ακτίνα)



Πώς Υπολογίζουμε το Εμβαδό ενός Κυκλικού Δίσκου

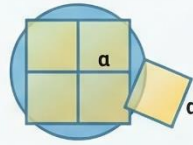
Ακτίνα (α)

Η απόσταση από το κέντρο του κύκλου μέχρι οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας.



Η Σταθερά π ≈ 3,14

Προκύπτει από τη σχέση του μήκους του κύκλου προς τη διάμετρό του.

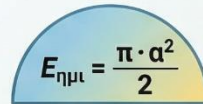


Το "Τετράγωνο της Ακτίνας"

Το εμβαδό του κύκλου είναι περίπου 3 φορές το τετράγωνο της ακτίνας του.

$$E = \pi \cdot \alpha^2$$

Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό π (3,14) με την ακτίνα υψωμένη στο τετράγωνο.



Εφαρμογή σε Ημικόκλιο

Για το ημικόκλιο, υπολογίζουμε το εμβαδό του πλήρους κύκλου και διαιρούμε δια δύο.

Ακτίνα (α): 3 μ.	Ακτίνα (α): 10 εκ.	Ακτίνα (α): 14 μ.
3 μ.	3,14 · 10 · 10	14 μ.
Εμβαδό (E): 28,26 τ.μ.	Εμβαδό (E): 314 τ.εκ.	Εμβαδό (E): 615,44 τ.μ.