

# Κεφάλαιο 30ό Λόγος δυο μεγεθών



## Σου δίνουμε τον ... λόγο μας



- Συγκρίνω μεγέθη.
- Μελετώ τη σχέση δύο μεγεθών.
- Εκφράζω τη σχέση δύο μεγεθών με λόγο.
- Αναγνωρίζω τους αντίστροφους λόγους.

### Δραστηριότητα 1η

Οι μαθητές της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου Δοξαίου ερεύνησαν τις αιτίες της αυξημένης κίνησης στους δρόμους γύρω από το σχολείο τους. Βρήκαν τα στοιχεία για τον αριθμό των αυτοκινήτων και τον αριθμό των κατοίκων της πόλης τους για τα έτη 1980 και 2000 και τα κατέγραψαν στους παρακάτω πίνακες:



Έτος 1980	Αυτοκίνητα	345
	Κάτοικοι	3.450
Έτος 2000	Αυτοκίνητα	850
	Κάτοικοι	3.150

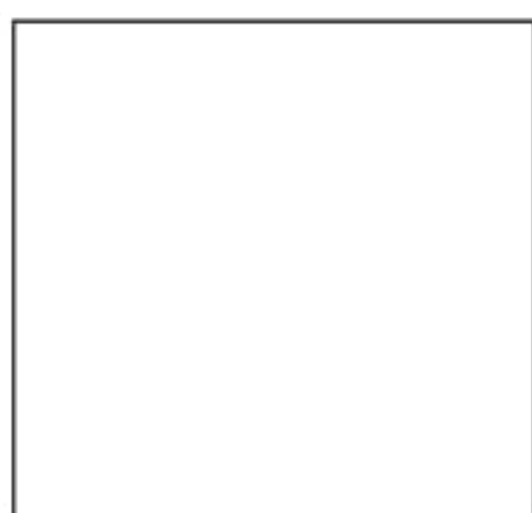
- Παρατηρώντας τα στοιχεία στους πίνακες, σχολιάστε στην ομάδα σας πόσο αυξήθηκε ο αριθμός των αυτοκινήτων μέσα στην τελευταία εικοσαετία και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.
- Συζητήστε τη σχέση του αριθμού των αυτοκινήτων με τον αριθμό των κατοίκων.
- Γιατί σήμερα υπάρχει η ανάγκη του σχολικού τροχονόμου; .....

### Δραστηριότητα 2η

Συμπλήρωσε στους πίνακες την περίμετρο κάθε σχήματος:



Μήκος πλευράς ισόπλευρου τριγώνου (εκατοστά)	3
Περίμετρος τριγώνου (εκατοστά)	



Μήκος πλευράς τετραγώνου (εκατοστά)	5
Περίμετρος τετραγώνου (εκατοστά)	

- Πώς προκύπτει ο αριθμός στη δεύτερη γραμμή και στις δύο περιπτώσεις; .....
- Η σχέση ανάμεσα στο μήκος της πλευράς και την περίμετρο μπορεί να εκφραστεί και ως κλάσμα. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία από τους παραπάνω πίνακες να γράψεις το κλάσμα αυτό για:
  - Το τρίγωνο: ..... το τετράγωνο: .....



Σε πολλές περιπτώσεις είναι απαραίτητο να συγκρίνουμε δύο μεγέθη και να μελετήσουμε τη σχέση τους:

### Λόγος

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών που εκφράζεται ως κλάσμα ονομάζεται **λόγος**. Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο.

### Παραδείγματα

Ο πύργος του Άιφελ έχει ύψος περίπου 300 μέτρα, ενώ ο Λευκός Πύργος περίπου 30 μέτρα.

Ο λόγος των υψών τους είναι  $\frac{300}{30}$  ή  $\frac{30}{3}$  ή 10.  
(Δηλαδή ο πρώτος είναι 10 φορές ψηλότερος.)



### Εφαρμογή 1η

Στην έκτη τάξη φοιτούν 28 μαθητές. Υπάρχουν 14 θρανία.

- α. Ποιος είναι ο λόγος των μαθητών προς τα θρανία;
- β. Ποιος είναι ο λόγος των θρανίων προς τους μαθητές;

**Λύση - Απάντηση:**

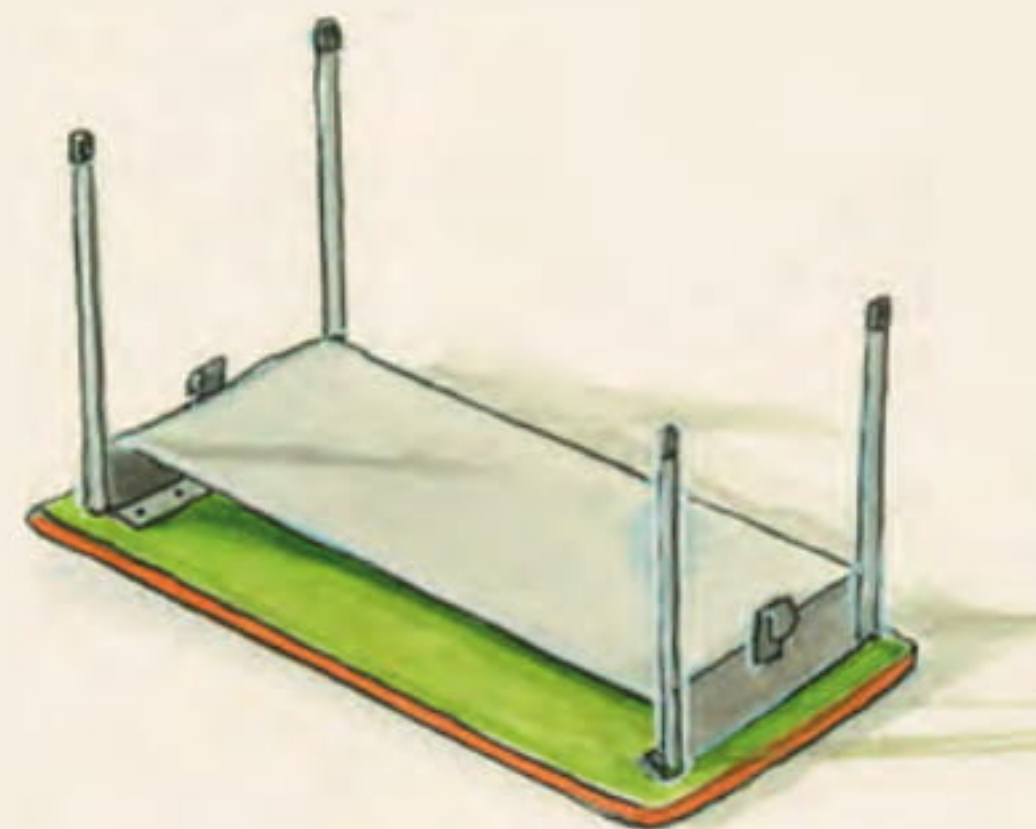
α. Ο λόγος  $\frac{\text{μαθητές}}{\text{θρανία}}$  είναι  $\frac{28}{14}$ , δηλαδή απλοποιώντας  $\frac{2}{1}$ .

Με άλλα λόγια, αντιστοιχούν 2 μαθητές σε 1 θρανίο.

β. Ο λόγος  $\frac{\text{θρανία}}{\text{μαθητές}}$  είναι  $\frac{14}{28}$ , δηλαδή απλοποιώντας  $\frac{1}{2}$ .

Με άλλα λόγια, αντιστοιχεί 1 θρανίο σε 2 μαθητές.

Παρατηρούμε ότι οι λόγοι  $\frac{2}{1}$  και  $\frac{1}{2}$  είναι αντίστροφοι γιατί  $\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2} = \dots$



### Εφαρμογή 2η

Τα παιδιά έκαναν μια μικρή έρευνα σχετικά με την κατανάλωση ενέργειας των αυτοκινήτων και βρήκαν ότι ένας πολύ καλός λόγος κατανάλωσης προς απόσταση είναι 1 λίτρο προς 25 χιλιόμετρα  $\left(\frac{1}{25}\right)$ .

Ο Νικόλας ρώτησε τον μπαμπά του πόσα περίπου χιλιόμετρα κάνει το αυτοκίνητό τους με ένα ντεπόζιτο βενζίνη και εκείνος του είπε πως συνήθως με 50 λίτρα κάνει 400 χιλιόμετρα. Είναι οικονομικό το αυτοκίνητό τους;

**Λύση:**

Ο Νικόλας βρίσκει τον λόγο  $\frac{\text{κατανάλωση (λίτρα)}}{\text{απόσταση (χμ)}}$  του αυτοκινήτου τους:  $\frac{50}{400}$ .

Απλοποιεί και βρίσκει  $\frac{1}{8}$ .

**Απάντηση:** Το αυτοκίνητό τους έχει πολύ μεγαλύτερο λόγο κατανάλωσης προς απόσταση (με 1 λίτρο ταξιδεύει μόνο 8 χιλιόμετρα, πολύ λιγότερα από τα 25 χιλιόμετρα).

### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **λόγος**. Μπορείς να εξηγήσεις τη σημασία του με δικά σου παραδείγματα;

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Ο λόγος εκφράζει τη σχέση δύο μεγεθών.

❖ Σε κάθε λόγο ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή.

❖ Οι λόγοι  $\frac{7}{8}$  και  $\frac{8}{7}$  είναι αντίστροφοι.



## Κεφάλαιο 31ο Από τους λόγους στις αναλογίες



### Από τον λόγο στην αναλογία ... τι χλιγκό!



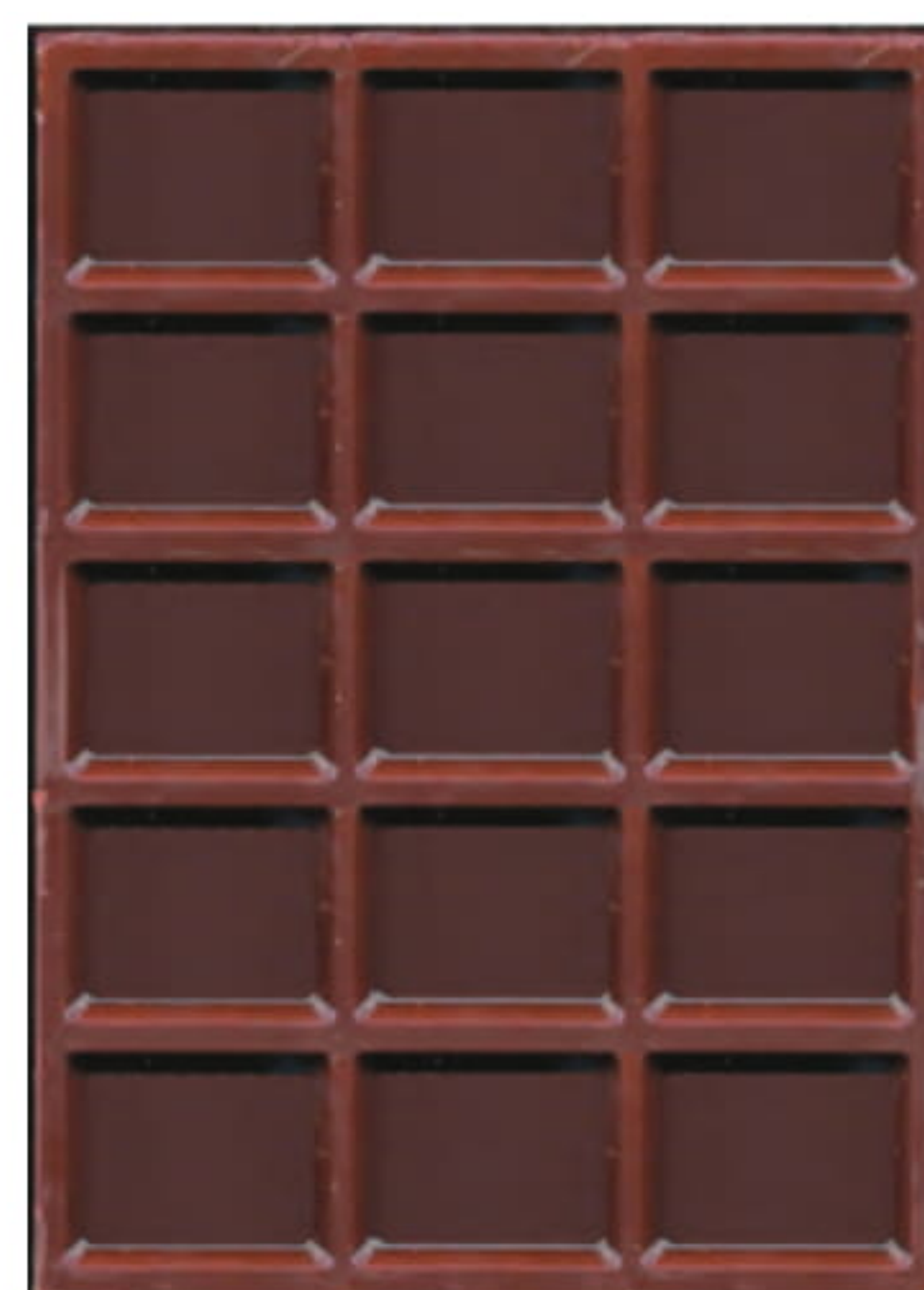
Συγκρίνω δύο λόγους.  
Αναγνωρίζω την ισότητα δύο λόγων.  
Σχηματίζω αναλογίες.

#### - Δραστηριότητα 1η

Στο πλαίσιο του προγράμματος «Αγωγή Υγείας» οι μαθητές της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου Φαρκαδόνας ασχολήθηκαν με τη θερμιδική αξία των γλυκών. Διαβάζοντας τις ετικέτες σε δύο διαφορετικές σοκολάτες διαπίστωσαν ότι, η πρώτη σοκολάτα, βάρους 50 γραμμαρίων, δίνει 250 θερμίδες, ενώ η δεύτερη σοκολάτα, βάρους 100 γραμμαρίων, δίνει 500 θερμίδες.

- Συμπλήρωσε τον πίνακα όπως έκαναν τα παιδιά:

Βάρος σοκολάτας σε γραμμάρια	50	100
Θερμιδική αξία		



- Σύγκρινε τους δύο λόγους.
- Τι παρατηρείς;
- Τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για τη θερμιδική αξία (θερμίδες / γραμμάριο) στις δύο σοκολάτες; .....

#### - Δραστηριότητα 2η

Για την ίδια εργασία τα παιδιά βρήκαν ότι το ένα γραμμάριο σοκολάτας έχει 5 θερμίδες και κατασκεύασαν τον πίνακα θερμίδων της σοκολάτας.

Βάρος σοκολάτας σε γραμμάρια	1	2	3	4	5
Θερμίδες	5				



- Συμπλήρωσε τον πίνακα
- Τι παρατηρείς στους λόγους που σχηματίζονται; .....
- Πώς προκύπτουν οι αριθμοί της δεύτερης γραμμής από τους αριθμούς της πρώτης; .....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι πολλές φορές είναι αναγκαίο να μελετάμε τη σχέση (τον λόγο) δύο μεγεθών σε διαφορετικές τιμές.

### Παραδείγματα

Οι λόγοι  $\frac{1}{5}$  και  $\frac{2}{10}$  σχηματίζουν αναλογία γιατί

είναι ίσοι  $\left(\frac{1}{5} = \frac{2}{10}\right)$

### Αναλογία

Όταν συγκρίνοντας δύο λόγους διαπιστώσουμε ότι είναι ίσοι μεταξύ τους, λέμε ότι αποτελούν μια **αναλογία**.

Για να σχηματίσω αναλογία από έναν λόγο, αρκεί να φτιάξω έναν άλλο λόγο που να είναι ίσος με τον πρώτο, όπως στα κλάσματα (πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους με κάποιον αριθμό).



### Εφαρμογή 1η

Από 9 πορτοκάλια βγάζουμε 3 ποτήρια χυμό. Από 18 πορτοκάλια βγάζουμε 6 ποτήρια χυμό. Οι λόγοι πορτοκαλιών προς ποτήρια χυμού στις δύο περιπτώσεις σχηματίζουν αναλογία;

**Λύση:**

Οι λόγοι  $\frac{\text{πορτοκάλια}}{\text{ποτήρια με χυμό}}$   $\frac{9}{3}$ ,  $\frac{18}{6}$  είναι ίσοι γιατί  $\frac{9 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{18}{6}$ .

**Απάντηση:** Οι λόγοι είναι ίσοι. Άρα σχηματίζουν αναλογία.



### Εφαρμογή 2η

Για ένα πετυχημένο ρόφημα σοκολάτα η μαμά βάζει 1 κουταλιά κακάο και 2 κουταλιές ζάχαρη με μία κούπα γάλα. Για να έχουμε την ίδια αναλογία όταν έρθουν τρεις φίλοι μας, πόσες κουταλιές κακάο και πόσες κουταλιές ζάχαρη πρέπει να βάλουμε;

**Λύση:**

Ο λόγος  $\frac{\text{κακάο}}{\text{ζάχαρη}}$  στο ρόφημα είναι  $\frac{1}{2}$  για μία κούπα γάλα.

Για να φτιάξουμε έναν λόγο που να αποτελεί αναλογία με το  $\frac{1}{2}$  για 3 κούπες γάλα, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους του πρώτου λόγου με το 3, δηλαδή  $\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$ .

**Απάντηση:** Στις 3 κούπες γάλα αντιστοιχούν .... κουταλιές κακάο προς .... κουταλιές ζάχαρη.



### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **αναλογία**. Μπορείς να τον εξηγήσεις με δικά σου παραδείγματα;

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Η αναλογία εκφράζει την ισότητα δύο λόγων.
- ❖ Σε κάθε αναλογία οι παρονομαστές είναι ίσοι.
- ❖ Οι λόγοι  $\frac{2}{9}$  και  $\frac{9}{2}$  αποτελούν αναλογία.

**Σωστό**      **Λάθος**

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Κεφάλαιο 32ο Αναλογίες



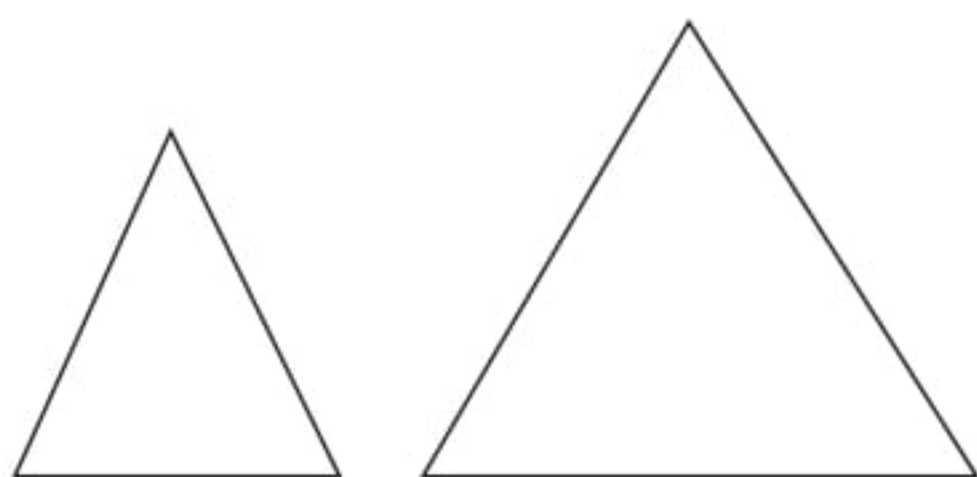
## Αναλογία; «Χιαστί» θα βρω το x!



Βρίσκω τη σχέση των όρων της αναλογίας.  
Υπολογίζω τον άγνωστο όρο της αναλογίας.

### Δραστηριότητα 1η

- Συμπλήρωσε τους αριθμούς του πίνακα:



Πλευρά ισόπλευρου τριγώνου	1	2
Περίμετρος τριγώνου		

- Σύγκρινε τους δύο λόγους.
- Πώς προκύπτει ο δεύτερος λόγος από τον πρώτο;
- Πολλαπλασίασε τους αριθμούς που βρίσκονται στο ίδιο χρώμα.
- Σύγκρινε τα δύο γινόμενα που βρήκες. Τι παρατηρείς;



### Δραστηριότητα 2η

Τρεις μήνες σύνδεση στο Internet κοστίζουν 27€. Οι δώδεκα μήνες κοστίζουν ..... €.

- Συμπλήρωσε τον αριθμό στον πίνακα:



Διάρκεια σύνδεσης	3	12
Κόστος	27	



- Μπορείς εύκολα να συγκρίνεις τους δύο λόγους;
- Δοκίμασε τη μέθοδο του πολλαπλασιασμού χιαστί.

.....

- Τι παρατηρείς για τα δύο γινόμενα;.....

.....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε:

### Παραδείγματα

#### Σταυρωτά γινόμενα

Πολλαπλασιάζοντας «χιαστί» τους όρους μιας αναλογίας τα γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα. Τα γινόμενα αυτά λέγονται **σταυρωτά γινόμενα**.

Στην αναλογία  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  τα σταυρωτά γινόμενα

$$\begin{aligned} \text{είναι: } & 4 \cdot 3 = 12 \\ & 6 \cdot 2 = 12 \end{aligned}$$



#### Εφαρμογή 1η

Ένας φούρναρης ανακάτεψε 36 κιλά αλεύρι σιταριού με 12 κιλά αλεύρι καλαμποκιού για να φτιάξει ψωμί ανάμεικτο. Την επόμενη μέρα, για να κάνει περισσότερα ψωμιά, ανακάτεψε 54 κιλά αλεύρι σιταριού με 18 κιλά αλεύρι καλαμποκιού.

Το ανάμεικτο ψωμί είχε την ίδια αναλογία συστατικών τις δύο μέρες;



**Λύση:**

Σχηματίζω τους λόγους:  $\frac{\text{αλεύρι σιταριού}}{\text{αλεύρι καλαμποκιού}}$  είναι τη μια μέρα  $\frac{36}{12}$  και την άλλη  $\frac{54}{18}$ .

Για να διαπιστώσω αν υπάρχει αναλογία σχηματίζω τα σταυρωτά γινόμενα:

$$36 \cdot 18 = \dots\dots\dots \text{ και } 12 \cdot 54 = \dots\dots\dots$$

Διαπίστωσα ότι είναι ίσα. Άρα  $\frac{36}{12} = \frac{54}{18}$ , δηλαδή οι λόγοι αποτελούν αναλογία.

**Απάντηση:** Το ανάμεικτο ψωμί και των δύο ημερών έχει την ίδια αναλογία συστατικών.

#### Εφαρμογή 2η

Για να φτιάξουμε καρυδόπιτα χρειαζόμαστε 12 αυγά και 8 κούπες ζάχαρη. Αν έχουμε μόνο 9 αυγά, πόσες κούπες ζάχαρη πρέπει να βάλουμε για να έχει το γλυκό την ίδια αναλογία;



**Λύση:**

Για να σχηματίσω αναλογία, πρέπει να έχω δύο ίσους λόγους. Ο λόγος  $\frac{\text{αυγά}}{\text{ζάχαρη}}$  στη συνταγή είναι  $\frac{12}{8}$ . Αφού η ποσότητα της ζάχαρης είναι άγνωστη, τη συμβολίζω με  $x$ . Άρα ο λόγος των αυγών που έχω προς τη ζάχαρη που χρειάζομαι είναι  $\frac{9}{x}$ .

1. Σχηματίζω την αναλογία:  $\frac{12}{8} = \frac{9}{x}$
2. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα:  $12 \cdot x = 8 \cdot 9$
3. Κάνω τον πολλαπλασιασμό:  $12 \cdot x = \dots\dots\dots$
4. Λύνω την εξίσωση:  $x = \dots\dots\dots$  Άρα  $x = \dots$

**Απάντηση:** Πρέπει να βάλουμε  $\dots\dots\dots$  κούπες ζάχαρη.



### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **σταυρωτά γινόμενα**. Μπορείς να τον εξηγήσεις με δικά σου παραδείγματα;

- Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:
- |   | Σωστό                    | Λάθος                    |
|---|--------------------------|--------------------------|
| ❖ Δύο λόγοι αποτελούν αναλογία αν τα σταυρωτά γινόμενα είναι ίσα. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ❖ Σε δύο λόγους πάντοτε τα σταυρωτά γινόμενα είναι ίσα.           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |