



## Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί

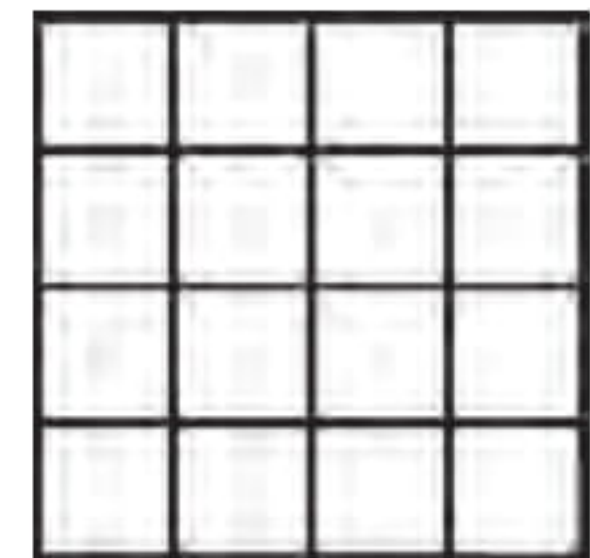


Γνωρίζω την έννοια και τον συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.  
 Διαβάζω και γράφω δυνάμεις.  
 Γράφω το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα.  
 Υπολογίζω τις δυνάμεις ενός αριθμού.

### - Δραστηριότητα 1η

Ξέρουμε ότι ο πολλαπλασιασμός είναι μια σύντομη πρόσθεση με ίδιους προσθετέους.

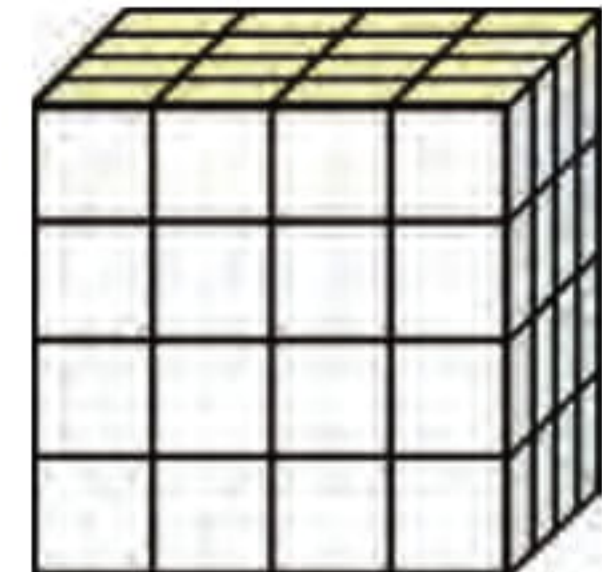
- Υπολόγισε με σύντομο τρόπο πόσα μικρά τετράγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.



- Γράψε την πράξη που έκανες:

.....

- Υπολόγισε το πλήθος των μικρών κύβων στην παρακάτω κατασκευή: .....



- Τι παρατηρείς για τους παράγοντες σε καθεμία από τις προηγούμενες ισότητες; .....

### - Δραστηριότητα 2η

Από τα αρχαία ακόμη χρόνια οι άνθρωποι έδωσαν ιδιαίτερη προσοχή στους πολλαπλασιασμούς στους οποίους όλοι οι παράγοντες ήταν ίδιοι. Στον Πάπυρο του Αχμές (αρχαίο μαθηματικό αιγυπτιακό χειρόγραφο που ο Ριντ μετέφερε στη Βρετανία) διαβάζουμε το παρακάτω πρόβλημα:



Υπάρχουν επτά σπίτια. Σε κάθε σπίτι ζουν επτά γάτες. Κάθε γάτα έφαγε επτά ποντίκια. Κάθε ποντίκι, αν ζούσε, θα έχει φάει επτά στάχυα. Κάθε στάχυ που φυτεύεται παράγει επτά κούπες σιτάρι. Πόσο περισσότερες κούπες σιτάρι θα παραχθούν χάρη στις γάτες κατά την επόμενη σοδειά ;

- Γράψτε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να λύσετε το «πρόβλημα»:

.....  
 .....  
 .....

- Πιστεύετε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δάσκαλοι έβαλαν το πρόβλημα αυτό μόνο για να βρεθεί η ποσότητα του σιταριού; .....

.....  
 .....

Πολλές φορές συναντάμε γινόμενα στα οποία όλοι οι παράγοντες είναι ίσοι. Αυτά τα γινόμενα είναι δυνατό να εκφραστούν με πιο σύντομο τρόπο.

### Δύναμη φυσικού αριθμού

Ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες μπορεί να γραφεί ως **δύναμη**.

Η δύναμη αποτελείται από δύο αριθμούς: τη **βάση** που είναι ο αριθμός που χρησιμοποιείται ως παράγοντας στο γινόμενο και τον **εκθέτη** που δείχνει πόσες φορές ο αριθμός της βάσης χρησιμοποιείται ως παράγοντας.

### Παραδείγματα

Παράγοντες γινομένου - δύναμη

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

$2^5$

2: βάση

5: εκθέτης

Ο εκθέτης γράφεται με μικρότερο μέγεθος, πάνω και δεξιά από τη βάση. Για παράδειγμα, η δύναμη με βάση το 2 και εκθέτη το 5 γράφεται  $2^5$  και διαβάζεται: **2 στην πέμπτη (δύναμη)**.

Η δύναμη με εκθέτη το 2 διαβάζεται στη δεύτερη ή **στο τετράγωνο** (π.χ.  $5^2$ : 5 στη δεύτερη ή 5 στο τετράγωνο).

Η δύναμη με εκθέτη το 3 διαβάζεται στην τρίτη ή **στον κύβο** (π.χ.  $5^3$ : 5 στην τρίτη ή 5 στον κύβο).

$5^2 = 5 \cdot 5$  (είναι το εμβαδό **τετραγώνου** με πλευρά 5)

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$  (είναι ο όγκος **κύβου** με ακμή 5)



### Εφαρμογή 1η

Να βρείτε το γινόμενο πρώτων παραγόντων του αριθμού 243. Μπορείτε να γράψετε το γινόμενο αυτό με συντομότερο τρόπο;

#### Λύση

Εξετάζουμε, σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός ο οποίος διαιρεί τον αριθμό 243. Βρίσκουμε ότι είναι ο αριθμός 3 και αρχίζουμε τη διαδικασία παραγοντοποίησης.

Ολοκληρώνοντας τη διαδικασία, βρίσκουμε το γινόμενο πρώτων παραγόντων  $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ . Διαπιστώνουμε ότι είναι ένα γινόμενο που αποτελείται από ίδιους παράγοντες. Άρα μπορεί να εκφραστεί με δύναμη.

**Απάντηση:** Ο αριθμός 243 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι:  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  και με συντομότερο τρόπο είναι:  $3^5$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

### Εφαρμογή 2η

Να γράψετε το γινόμενο για τον υπολογισμό του εμβαδού για καθένα από τα παρακάτω τετράγωνα με τη μορφή δύναμης και να το υπολογίσετε.



#### Λύση - Απάντηση:

α)  $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$  τ.εκ., β)  $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$  τ.εκ., γ)  $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$  τ.εκ.

### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δύναμη ενός αριθμού**, **βάση** και **εκθέτης**. Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Η ισότητα  $6^3 = 6 \cdot 3$  είναι σωστή.



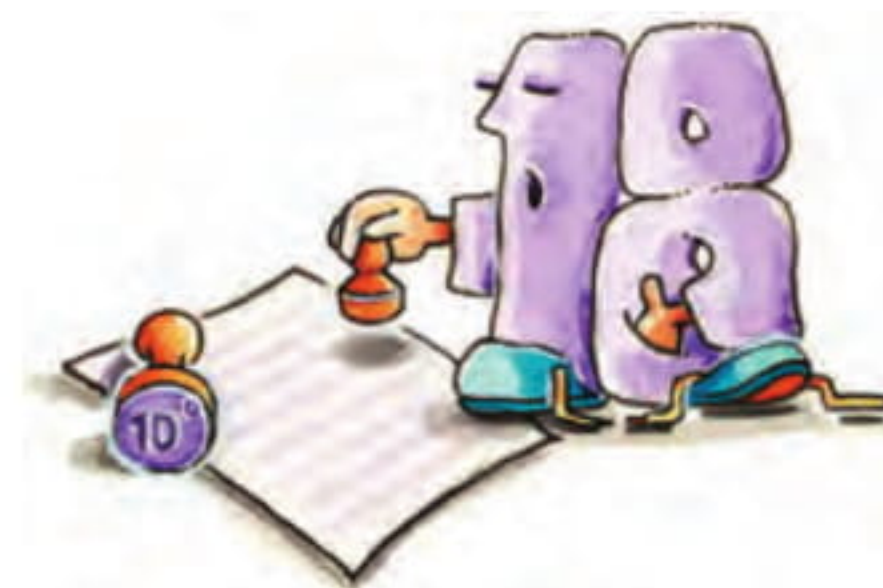
❖ Η ισότητα  $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  είναι σωστή.



❖ Η ισότητα  $4^2 = 16$  είναι σωστή.




# Κεφάλαιο 18ο Δυνάμεις του 10



## Συσκευασία: «Δέκα σε ένα»



Γνωρίζω τις δυνάμεις του 10.  
Γράφω τους μεγάλους αριθμούς χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10.

### - Δραστηριότητα 1η

Όπως ξέρουμε, τον πολλαπλασιασμό ενός αριθμού με τον εαυτό του, μπορούμε να τον εκφράσουμε και με τη μορφή δύναμης.

- Να εκφράσεις το γινόμενο  $10 \cdot 10$  με δύναμη και να το υπολογίσεις .....
- Έχοντας εκφράσει την εκατοντάδα με δύναμη, πώς μπορούμε να εκφράσουμε γρήγορα τις 2, 3, 4, εκατοντάδες; .....
- Να εκφράσεις το 1000 με δύναμη του 10. ....
- Πώς μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τις 2, 3, 4, ... χιλιάδες με δύναμη; .....

- Συμπλήρωσε τον πίνακα με τις δυνάμεις του 10.
- Βρες τον κανόνα για να υπολογίζεις από τη δύναμη το γινόμενο, χωρίς να κάνεις τους πολλαπλασιασμούς.

$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
$10 \cdot 10$			
100			

### - Δραστηριότητα 2η

Ο Άρης είναι περίπου 1.000.000.000.000 μέτρα μακριά από τη Γη! Ο αριθμός αυτός μας δίνει την «εντύπωση» μιας μεγάλης απόστασης, αλλά σε σχέση με τι; Το σχολείο απέχει 100 μέτρα από το σπίτι! Αν μας έλεγαν ότι το μήκος του γαλαξία μας είναι 1.000.000.000.000.000.000.000 μέτρα, ξαφνικά ο Άρης θα έμοιαζε σαν ένας πολύ κοντινός γείτονας (που, για τις αστρονομικές αποστάσεις, είναι πραγματικά)!



Διαβάζοντας το παραπάνω κείμενο, παρατηρούμε ότι η απεικόνιση, η σύγκριση, ακόμα και η ανάγνωση τεράστιων αριθμών είναι δύσκολη υπόθεση. Για να μπορούμε να τους διαβάζουμε πιο εύκολα, να βλέπουμε με μια ματιά τη «μεγαλοσύνη» τους και να κάνουμε πράξεις με αυτούς, τους εκφράζουμε με τις δυνάμεις του 10. Έτσι:

- Το μήκος του γαλαξία μας είναι: ..... μέτρα.  
 Η απόσταση από τη Γη ως τον Άρη είναι: ..... μέτρα.  
 Το σπίτι απέχει από το σχολείο: ..... μέτρα.

Οι δυνάμεις του 10 μας επιτρέπουν να εκφράσουμε τη σύγκριση μεγεθών, που διαφορετικά θα ήταν δύσκολο να συγκριθούν.

- Μπορείτε τώρα να απαντήσετε, συγκρίνοντας τους αριθμούς ως δυνάμεις του 10, στην ερώτηση: «Πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το μήκος του γαλαξία μας από την απόσταση Γης - Άρη;».

.....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι, χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10, μπορούμε να γράψουμε με σύντομο τρόπο πολύ μεγάλους αριθμούς.

### Δυνάμεις του 10

Κάθε δύναμη του 10 είναι ίση με τον αριθμό που σχηματίζεται από το ψηφίο 1 και τόσα μηδενικά όσες μονάδες έχει ο εκθέτης.

Μπορούμε να γράψουμε τους αριθμούς 10, 100, 1000, ... ως δυνάμεις με βάση το 10 βάζοντας ως εκθέτη τον αριθμό που δείχνει πόσα μηδενικά έχουν.

Για να γράψουμε έναν πολυψήφιο αριθμό, με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10 κάνουμε τα εξής:

- Τον μετατρέπουμε σε γινόμενο με το 10, 100, 1000, ... ανάλογα με τον αριθμό των 0 που υπάρχουν στον αριθμό.
- Μετατρέπουμε το 10, 100, 1000, ... σε δύναμη του 10
- Ο πολυψήφιος αριθμός έχει τώρα τη μορφή γινομένου του οποίου ο δεύτερος παράγοντας είναι δύναμη του 10.

### Παραδείγματα

$$10^2 = 100$$

$$10^4 = 10.000$$

$$1.000 = 10^3$$

$$1.000.000 = 10^6$$

Οι αστροφυσικοί έχουν ανακαλύψει στο διάστημα περίπου 500.000.000 γαλαξίες.

α. Αυτό γράφεται και ως:

$$5 \cdot 100.000.000$$

β.  $100.000.000 = 10^8$

γ.  $500.000.000 = 5 \cdot 10^8$



### Εφαρμογή 1η

Οι επιστήμονες υπολογίζουν ότι, όταν το βακτήριο της φυματίωσης προσβάλλει έναν άνθρωπο, εφ' όσον οι συνθήκες είναι ικανοποιητικές, μέσα σε 12 ώρες δημιουργείται αποικία 1.500.000 ατόμων στον οργανισμό. Πόσα άτομα βακτηρίου θα υπάρχουν στον άνθρωπο, αν αρχίσει την αντιβίωση 2 μέρες, αφού προσβληθεί από το βακτήριο; Να εκφράσετε τον αριθμό με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10.

#### Λύση:

Ξέρουμε ότι 2 μέρες είναι 4 δωδεκάωρα. Αφού το βακτήριο πολλαπλασιάζεται περίπου κατά 1.500.000 άτομα κάθε 12 ώρες, έπειτα από 2 μέρες θα υπάρχουν  $1.500.000 \cdot 4 = 6.000.000$  άτομα.

Μετατρέπουμε τον αριθμό στο γινόμενο  $6 \cdot 1.000.000$

Μετατρέπουμε το 1.000.000 στη δύναμη  $10^6$ . Ο αριθμός γράφεται τώρα  $6 \cdot 10^6$ .

**Απάντηση:** Σε 2 μέρες θα υπάρχουν περίπου  $6 \cdot 10^6$  άτομα του βακτηρίου.



### Εφαρμογή 2η

Ο πληθυσμός της Γης είναι περίπου  $7 \cdot 10^9$  άνθρωποι. Γράψε τον αριθμό αυτόν στην κανονική μορφή.

#### Λύση

Η δύναμη  $10^9$  είναι ίση με το 1.000.000.000.

Άρα το γινόμενο  $7 \cdot 10^9 = 7 \cdot 1.000.000.000 = 7.000.000.000$ .

**Απάντηση:** Ο πληθυσμός της Γης είναι περίπου 7.000.000.000 άνθρωποι.



### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δυνάμεις του 10** και **έκφραση αριθμού με δύναμη του 10**.

Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Σε μια δύναμη του 10 εκθέτης είναι πάντα το 10.
- ❖ Οι αριθμοί εκφράζονται με δύναμη του 10 μόνο για μεγάλες αποστάσεις.
- ❖ Η ισότητα  $10^1 = 10$  είναι σωστή.

Σωστό	Λάθος
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>