

Κεφάλαιο 53ο



Γεωμετρικά μοτίβα

Ωραίο σχέδιο!



Αναγνωρίζω γεωμετρικά μοτίβα.

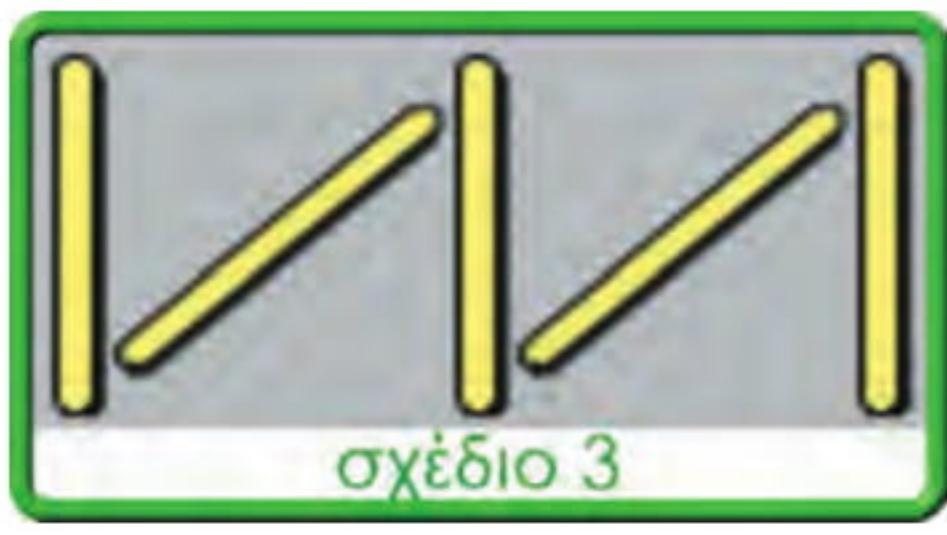
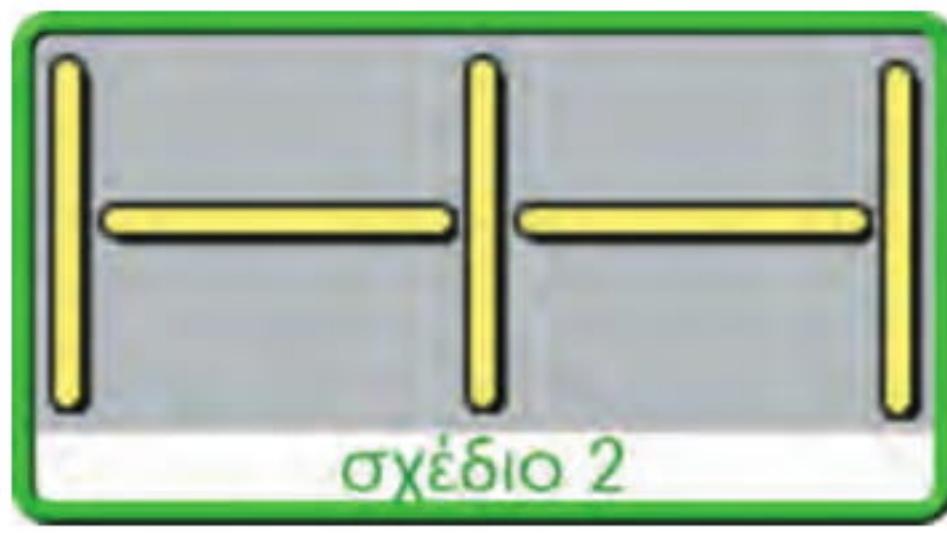
Κατανοώ ότι τα μοτίβα περιγράφουν μια κανονική ή προβλέψιμη αλλαγή.

Περιγράφω μοτίβα και συνεχίζω την ακολουθία.



Δραστηριότητα 1η

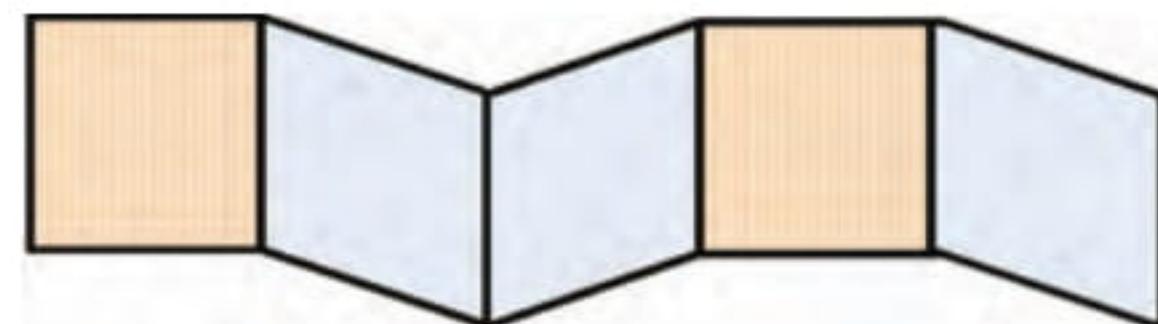
Οι παρακάτω εικόνες είναι από ένα διαφημιστικό φυλλάδιο με σχέδια για φράχτες.



- Για να καταλάβεις πώς θα είναι ο φράχτης, χρειάζεται να υπάρχει μεγαλύτερο τμήμα του στην εικόνα;
- Γιατί συμβαίνει αυτό; (Ποιο είναι το κοινό χαρακτηριστικό όλων των παραπάνω σχεδίων;)
- Χρησιμοποιώντας ξυλάκια, να φτιάξεις ένα δικό σου δείγμα για φράχτη.

Δραστηριότητα 2η

Παρακάτω βλέπεις ένα τμήμα από μια διακοσμητική κατασκευή.



- Να συνεχίσεις την κατασκευή ώστε τα κουτάκια να γίνουν επτά.

Χρησιμοποίησε χρωματιστούς κύβους κατασκευών (ή χρωματιστά χαρτάκια) για να φτιάξεις ένα σχέδιο όπως το παρακάτω.



- Να συνεχίσεις την κατασκευή ώστε να φαίνονται δέκα χρωματιστά κουτάκια.

• Εξήγησε τι χρειάστηκε να παρατηρήσεις για να συνεχίσεις την ακολουθία και στις δύο περιπτώσεις:

- Χρησιμοποίησε χρωματιστούς κύβους κατασκευών (ή χρωματιστά χαρτάκια) για να φτιάξεις ένα δικό σου σχέδιο που επαναλαμβάνεται.

Πολλές φορές, για να αναλύσουμε ένα σύνθετο πρόβλημα, είναι χρήσιμο να εξετάσουμε αν υπάρχει κάποιο στοιχείο που επαναλαμβάνεται.

Γεωμετρικά μοτίβα

Το στοιχείο που επαναλαμβάνεται και δημιουργεί ένα σχέδιο ονομάζεται **γεωμετρικό μοτίβο**.

Παραδείγματα



Αρχαίος ελληνικός μαίανδρος

Για να δημιουργήσουμε ή να επεκτείνουμε ένα σχέδιο με επαναλαμβανόμενα μέρη, αρκεί να γνωρίζουμε το μοτίβο του και τον τρόπο με τον οποίο αυτό επαναλαμβάνεται.



Εφαρμογή 1η Μοτίβα στη φύση

Ποιο είναι το μοτίβο στη δημιουργία της κηρήθρας των μελισσών;

Λύση - Απάντηση:

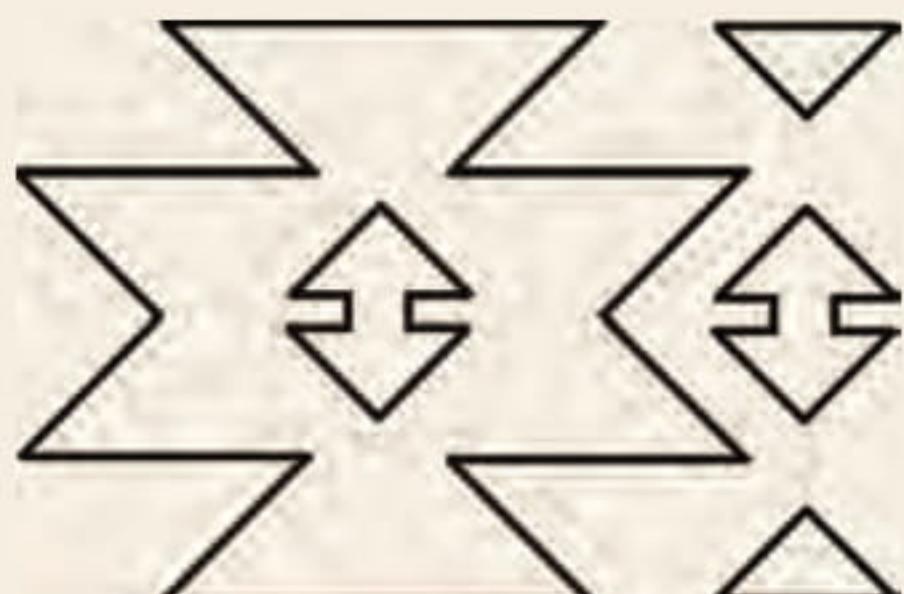
Παρατηρώντας το σύνθετο σχέδιο μια κηρήθρας μελισσών, διαπιστώνουμε ότι το μοτίβο που επαναλαμβάνεται είναι ένα κανονικό εξάγωνο (δηλαδή ένα εξάγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες). Το ένα εξάγωνο με το άλλο εφάπτονται στη μία πλευρά.



Εφαρμογή 2η Μοτίβα στην τέχνη

Στην Ελλάδα, αλλά και σε πολλές άλλες χώρες, δημιουργήθηκαν από τους λαϊκούς πολιτισμούς υπέροχα μοτίβα που χρησιμοποιήθηκαν για κατασκευή κουβερτών ή χαλιών. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται ένα χαλί με παραδοσιακό ελληνικό σχέδιο. Προσπαθήστε να διακρίνετε το μοτίβο και να το σχεδιάσετε πιο κάτω.

Λύση - Απάντηση:



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **γεωμετρικό μοτίβο**. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιο σχέδιο βασισμένο σε ένα μοτίβο.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

- ❖ Τα βήματα στον χορό αποτελούν ένα μοτίβο.
- ❖ Το μοτίβο ενός σχεδίου με βοηθά να προβλέψω τη συνέχειά του.
- ❖ Όλα τα σχέδια βασίζονται σε κάποιο μοτίβο.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Κεφάλαιο 54ο



Αριθμητικά μοτίβα

Τι είναι αυτό που μας ενώνει;



Αναγνωρίζω αριθμητικά μοτίβα.

Βρίσκω τον κανόνα ενός αριθμητικού μοτίβου και συνεχίζω την ακολουθία.

Διακρίνω αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και το χρησιμοποιώ για τη λύση.



657465189 + 64565464598 + 6565606

Δραστηριότητα 1η

Διαβάστε μια αστεία ιστορία:

Μια μέρα ο πατέρας του Τοτού του έδωσε 1 €. Εκείνος, όταν βρήκε τον φίλο του, άλλαξε το ΕΥΡΩ του με δύο πενηντόλεπτα, γιατί σκέφτηκε ότι «δύο είναι καλύτερα από ένα». Αργότερα άλλαξε τα δύο πενηντόλεπτα με τρία εικοσάλεπτα καθώς σκέφτηκε ότι «τρία είναι καλύτερα από δύο». Μετά τα άλλαξε κι αυτά με τέσσερα δεκάλεπτα και, περήφανος πια, πήγε να πει στον πατέρα του το κατόρθωμά του!

- Ποιο νόμιζε ο Τοτός ότι ήταν το κατόρθωμά του;
.....
- Τι προσπαθούσε να κάνει κάθε φορά;
.....
- Μπορείς να περιγράψεις τα βήματα που ακολούθησε το παιδί με ένα μοτίβο;
.....
- Αν συνέχιζε τις αλλαγές, σύμφωνα με το μοτίβο που ακολουθούσε, με τι θα άλλαζε τα τέσσερα δεκάλεπτά του;
.....



Δραστηριότητα 2η

Δίπλα φαίνεται μια σελίδα του ημερολογίου.

- Προσπαθήστε να ανακαλύψετε το μοτίβο στη σειρά των αριθμών στην πράσινη στήλη:

2, 9, 16, _____, _____ :

- Προσπαθήστε τώρα να ανακαλύψετε το μοτίβο στη σειρά των αριθμών στα μοβ κουτάκια:

7, 13, 19, _____, _____, _____ :

Δ	Τ	Τ	Π	Π	Σ	Κ
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- Μπορείτε να διαλέξετε κάποια άλλα κουτάκια και να ανακαλύψετε ένα μοτίβο.
.....

Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι σε μια σειρά αριθμών πολλές φορές είναι χρήσιμο να αναζητήσουμε αν υπάρχει κάποιος κανόνας που ορίζει τη σειρά αυτή, με σκοπό να προβλέψουμε τον αριθμό που θα ακολουθήσει.

Αριθμητικό μοτίβο

Σε μια σειρά αριθμών που υπάρχει μια σχέση σταθερή και επαναλαμβανόμενη ανάμεσα στους αριθμούς, ο κανόνας που ορίζει τη σχέση αυτή και μας δείχνει πώς δημιουργήθηκε η σειρά των αριθμών λέγεται **αριθμητικό μοτίβο**. (π.χ. 5, 10, 15, 20, 25, ... a, a+5)

Αυτή τη διαδοχή των αριθμών τη λέμε **ακολουθία** και κάθε αριθμός λέγεται **όρος** της ακολουθίας.



Εφαρμογή 1η Χρήσιμες προβλέψεις

Ο Βρετανός αστρονόμος Edmond Halley (Χάλεϋ) μελετώντας τις ημερομηνίες εμφάνισης ενός κομήτη, πρόβλεψε πότε θα εμφανιστεί ξανά. Η πρόβλεψή του επαληθεύτηκε και ο κομήτης ονομάστηκε «κομήτης του Halley» προς τιμή του αστρονόμου.

Εξέτασε κι εσύ τις ημερομηνίες, όπως ο Halley, και προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να κάνεις πρόβλεψη για την ημερομηνία της επόμενης εμφάνισης του κομήτη.

1454, 1530, 1606, 1682,



Λύση:

1. Εξετάζω τη σχέση που έχει ο πρώτος αριθμός με τον δεύτερο. Βρίσκω τη διαφορά τους:
 $1530 - 1454 = 76$
2. Κατόπιν βρίσκω τη διαφορά του δεύτερου και του τρίτου: $1606 - 1530 = 76$
3. Συνεχίζω με το επόμενο ζευγάρι αριθμών: $1682 - 1606 = 76$

Το μοτίβο είναι: προσθέτω 76 χρόνια στην προηγούμενη ημερομηνία.

Απάντηση: Η επόμενη εμφάνιση του κομήτη ήταν το 1758.

Πράγματι, ο κομήτης εμφανίστηκε την παραμονή των Χριστουγέννων του 1758. Δυστυχώς ο Halley είχε πεθάνει το 1742. Έτσι δεν πρόλαβε να δει ότι η πρόβλεψή του ήταν σωστή.



Εφαρμογή 2η

Να συμπληρώσετε την ακολουθία: 6, 60, 600, 6.000, _____, _____ με τους δύο επόμενους αριθμούς:

Λύση :

Εξετάζοντας τη σχέση που έχουν οι αριθμοί μεταξύ τους, καταλαβαίνω ότι ο καθένας προκύπτει όταν πολλαπλασιάσουμε τον προηγούμενο με το 10.

Απάντηση: Άρα οι επόμενοι αριθμοί είναι οι : 60.000 και 600.000



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **αριθμητικό μοτίβο**. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιους αριθμούς που ακολουθούν ένα μοτίβο.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

- Όλες οι ακολουθίες αριθμών αποτελούν αριθμητικά μοτίβα.
- Στην ακολουθία 9, 18, 27, 36, 45, 54, ... a, ... το μοτίβο είναι: $a \cdot 9$
- Βρίσκω το μοτίβο μιας ακολουθίας εξετάζοντας τη σχέση των αριθμών.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





Σύνθετα μοτίβα

Πόσο μεγάλωσες!



Αναγνωρίζω σύνθετα μοτίβα.

Χρησιμοποιώ πίνακα για να περιγράψω ένα μοτίβο.

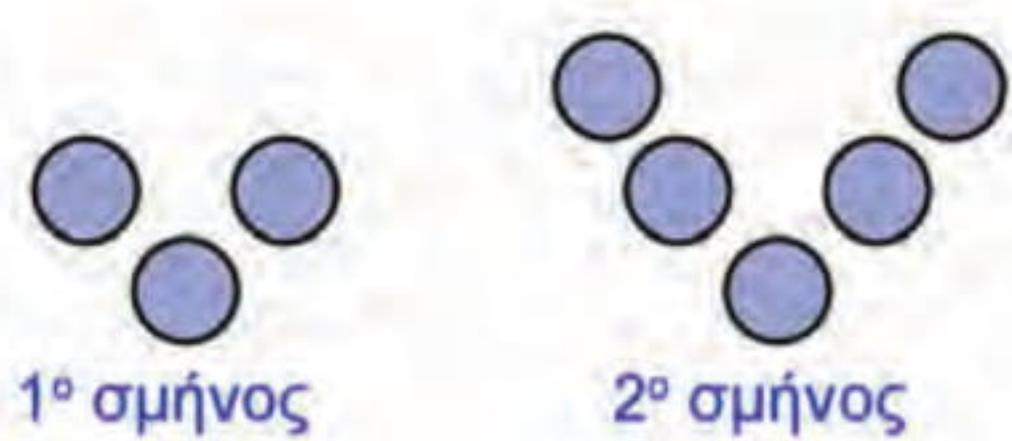
Διακρίνω αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και το χρησιμοποιώ για τη λύση.



Δραστηριότητα 1η

Κάποια είδη πουλιών, όταν πετούν, σχηματίζουν σμήνη σε διάταξη V. Το πιο δυνατό πουλί πετά μπροστά μόνο του. Τα υπόλοιπα ακολουθούν σε ζευγάρια.

Στο παρακάτω σχήμα κάθε κύκλος αναπαριστά ένα πουλί του σμήνους. Παρατήρησε ένα μικρό σμήνος πουλιών και ένα μεγαλύτερο.

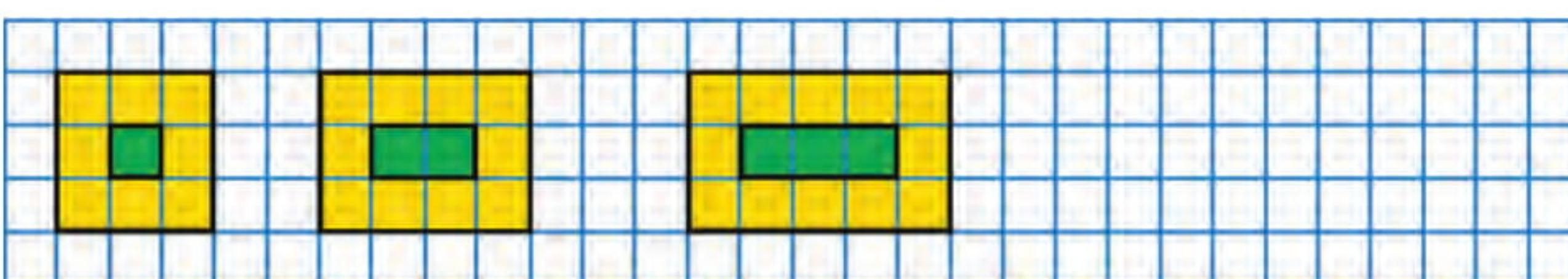


- Να περιγράψεις πώς αλλάζει το σμήνος των πουλιών, καθώς μεγαλώνει:
.....
- Πόσα ζευγάρια πουλιών υπάρχουν στα σμήνη του σχήματος (εκτός από το πρώτο πουλί); 1ο: 2ο:
- Να σχεδιάσεις δίπλα τους το αμέσως μεγαλύτερο σμήνος.
- Αν ορίσουμε το μέγεθος του σμήνους, σύμφωνα με τον αριθμό των ζευγαριών, να συμπληρώσεις τον διπλανό πίνακα.
- Διακρίνεις κάποιο μοτίβο στον πίνακα;
- Πόσα πουλιά έχει το σμήνος 10 (με 10 ζευγάρια);
- Πώς το υπολόγισες;

Μέγεθος σμήνους	Αριθμός πουλιών
1	3
2	5
3	
4	
5	

Δραστηριότητα 2η

Σε χαρτί γραφημάτων (μιλιμετρέ) έχουμε σχεδιάσει τρία παρτέρια για λουλούδια με μια "κορνίζα" από πλάκες γύρω τους.



Μέγεθος παρτεριού	1	2	3	4
Αριθμός πλακών	8	10		

- Να σχεδιάσεις δίπλα τους το επόμενο παρτέρι, συνεχίζοντας την ακολουθία.
- Συμπλήρωσε τον πίνακα.
- Βρες πόσες πλάκες θα έχει το παρτέρι «μέγεθος 10» και εξήγησε πώς το βρήκες:
.....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι, μπορούν να δημιουργηθούν σχέδια που να ακολουθούν ταυτόχρονα και γεωμετρικό και αριθμητικό μοτίβο.

Σύνθετο μοτίβο

Σε ένα σχέδιο που ακολουθεί τόσο γεωμετρικό όσο και αριθμητικό μοτίβο, ενώ διακρίνουμε εύκολα το γεωμετρικό μοτίβο, για να διακρίνουμε το αριθμητικό μοτίβο συχνά χρειάζεται να καταγράψουμε τα δεδομένα σε έναν πίνακα.

Εξετάζουμε την αλλαγή καθώς αυξάνεται το μέγεθος του σχεδίου, προσπαθούμε να διακρίνουμε αυτό που μένει σταθερό από αυτό που αλλάζει και να ανακαλύψουμε έναν κανόνα για την αλλαγή αυτή.

Παραδείγματα

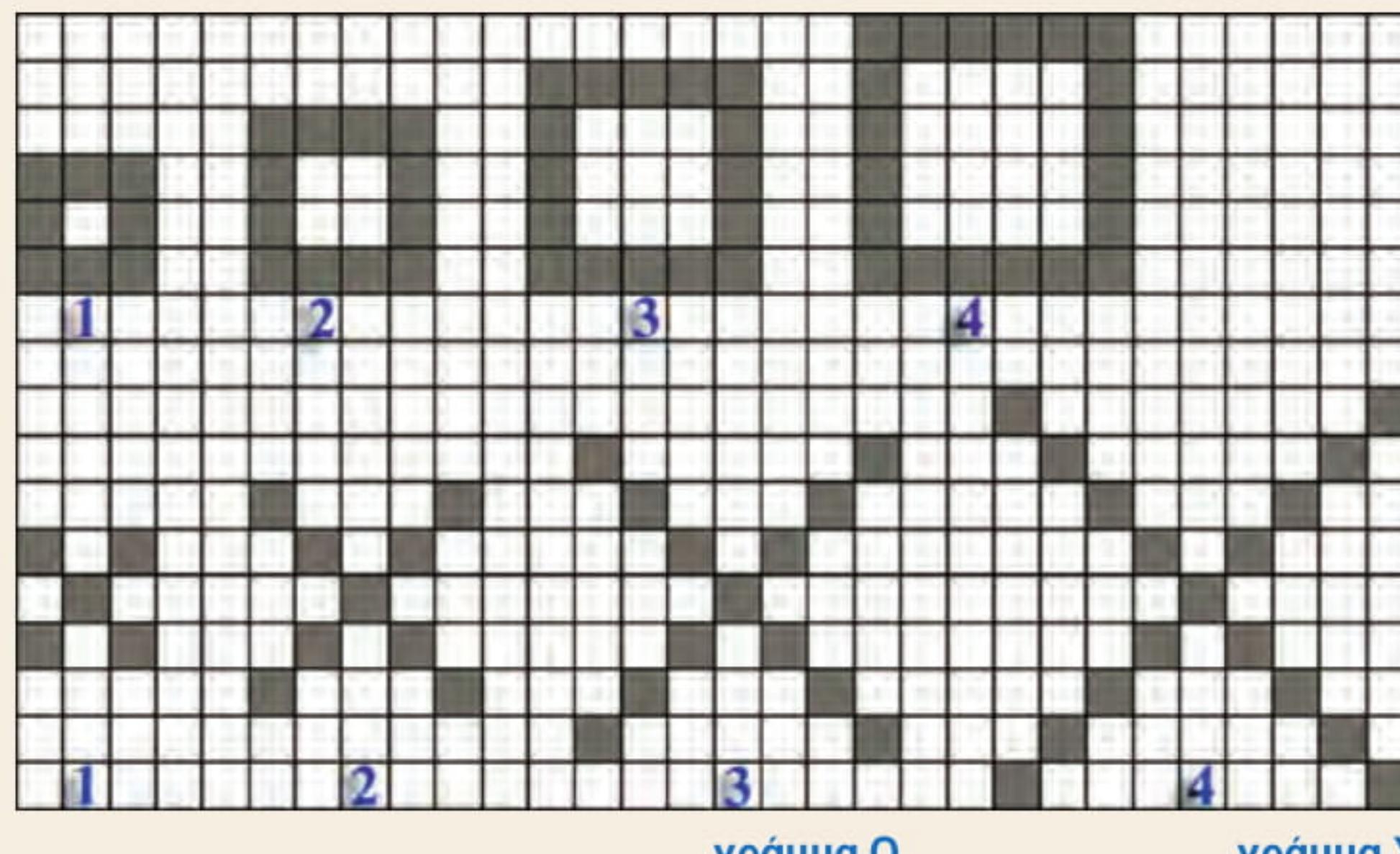
	1	2	3
	1	3	5

Το αριθμητικό μοτίβο είναι «+ 2 στο προηγούμενο μέγεθος».



Εφαρμογή Μεγαλώνω τα γράμματά μου

Προσπάθησε να βρεις το μοτίβο σύμφωνα με το οποίο «μεγαλώνει» το γράμμα **O** και το γράμμα **X**. «Μεγαλώνουν» σύμφωνα με το ίδιο μοτίβο;



Λύση:

Μπορούμε να βρούμε το μοτίβο σύμφωνα με το οποίο μεγαλώνει κάθε γράμμα, αν καταγράψουμε σε έναν πίνακα το μέγεθός του και τον αριθμό των τετραγώνων που το αποτελούν.

Μέγεθος	Αριθμός τετραγώνων
1	8
2	12
3	16
4	20

Μέγεθος	Αριθμός τετραγώνων
1	5
2	9
3	13
4	17

Απάντηση: Παρατηρούμε ότι η βασική διαφορά τους είναι στο γεωμετρικό μοτίβο. Το αριθμητικό μοτίβο και για τα δύο γράμματα είναι «+ 4 στο προηγούμενο μέγεθος», ενώ διαφέρει ο αρχικός αριθμός των τετραγώνων του καθενός.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **σύνθετο μοτίβο**. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιο σύνθετο μοτίβο ή να σχεδιάσεις ένα σύνθετο μοτίβο.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό Λάθος**

- ❖ Για να συνεχίσω την ακολουθία σε ένα σύνθετο μοτίβο, αρκεί να αναγνωρίσω το αριθμητικό μοτίβο.
- ❖ Δύο σύνθετα μοτίβα είναι δυνατό να έχουν το ίδιο αριθμητικό μοτίβο.
- ❖ Ένα σχήμα που μεγαλώνει ακολουθεί γεωμετρικό και αριθμητικό μοτίβο.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων – Μετρήσεις – Μοτίβα

Συγκρίνω και παρατηρώ

Γραφήματα

- εικονόγραμμα
- ραβδόγραμμα
- γράφημα γραμμής
- κυκλικό διάγραμμα

Στατιστικά στοιχεία

Πίνακας κατανομής συχνοτήτων

Μέσος όρος

- μήκος

- βάρος

- χρόνος

- χρήματα
 - τόκος
 - επιτόκιο

- γεωμετρικό

- αριθμητικό

- σύνθετο

Μετρήσεις

Μοτίβα

Είναι η οπτική αναπαράσταση των δεδομένων. Διαφορετικοί τύποι γραφημάτων παρουσιάζουν τα δεδομένα με διαφορετικό τρόπο.

- χρησιμοποιεί ένα σύμβολο που αναπαριστά τα δεδομένα
- αναπαριστά τα δεδομένα σε ράβδους ή στήλες.
- μια γραμμή αναπαριστά την εξέλιξη των δεδομένων
- αναπαριστά τα δεδομένα ως κομμάτια μιας κυκλικής «πίτας»
- Είναι ένας εύκολος και γρήγορος τρόπος για να καταγράψουμε το πόσο συχνά εμφανίζεται κάθε δεδομένο μας. Χρησιμοποιούμε για κάθε εμφάνιση δεδομένου μια κάθετη γραμμή για τις πρώτες τέσσερις εμφανίσεις και μια οριζόντια για την πέμπτη εμφάνιση (III)
- προσθέτουμε όλες τις τιμές και διαιρούμε το άθροισμα με το πλήθος
- 1 μέτρο = 100 εκατοστόμετρα = 1000 χιλιοστόμετρα
1 χιλιόμετρο = 1000 μέτρα
- 1 κιλό = 1000 γραμμάρια
1 τόνος = 1000 κιλά
- 1 ώρα = 60' = 3600''
ημέρα, εβδομάδα, μήνας, έτος, αιώνας
- 1 € = 100 λεπτά
- ποσό που πληρώνουμε επιπλέον, όταν δανειζόμαστε χρήματα (ή μας δίνει η τράπεζα επιπλέον, όταν καταθέτουμε χρήματα)
- ο τόκος για 100 € για ένα έτος
- ο τρόπος που επαναλαμβάνεται ένα στοιχείο που δημιουργεί ένα σχέδιο
- κανόνας που ρυθμίζει τη σχέση που έχει ένας αριθμός με τον επόμενό του σε μια αριθμητική ακολουθία
- κανόνας που ρυθμίζει μια σχέση σύμφωνα με την οποία μεγαλώνει ένα μοτίβο

1ο Πρόβλημα

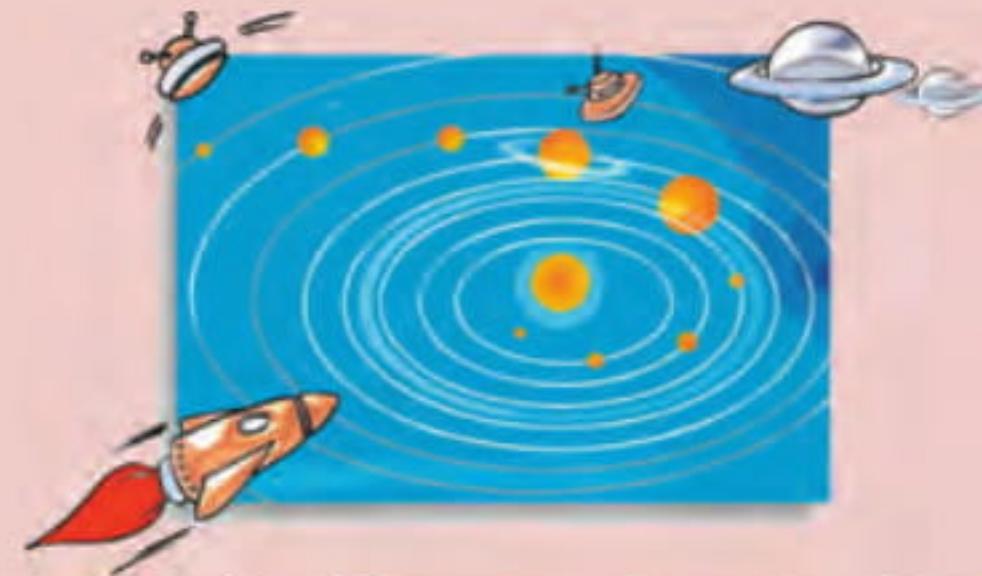
Τι είδους γράφημα θα χρησιμοποιούσες για να καταγράψεις την αλλαγή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της ημέρας; Κάνε μια καταγραφή και παρουσίασέ τη με γράφημα. Επίσης βρες τον μέσο όρο της θερμοκρασίας για τη συγκεκριμένη ημέρα.

Λύση - Απάντηση:

2º Проблема

Το φως διανύει 300.000 χιλιόμετρα /δευτερόλεπτο. Για να φτάσει το φως από τον Ήλιο στη Γη χρειάζεται 8' και 30''. Να υπολογίσεις την απόσταση Ήλιου - Γης και να την εκφράσεις με δύναμη του 10. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις υπολογιστή τσέπης για τις πράξεις.

Λύση



Απάντηση:

Зо Проблема

Φτιάξε με την ομάδα σου ένα πρόβλημα σχετικό με την αγορά ενός αντικειμένου με δόσεις το οποίο θα αναφέρεται στο επιτόκιο, στον τόκο, στην αρχική και την τελική τιμή.

Λύση



Απάντηση:

40 Проблема

Δημιούργησε μια αριθμητική ακολουθία που να βασίζεται σε κάποιο μοτίβο. Γράψε όσους όρους της νομίζεις ότι χρειάζεται για να φαίνεται το μοτίβο, αλλά μην ανακοινώσεις το μοτίβο. Αντάλλαξε με τον διπλανό ή τη διπλανή σου και προσπαθήστε να αναγνωρίσετε ο ένας το μοτίβο του άλλου και να συνεχίσετε την ακολουθία του.

Λύση



Απάντηση: Το μοτίβο είναι: