

Κεφάλαιο 44ο



Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό

Για να μη δέμε ποδιά ...



Κατανοώ την ανάγκη χρήσης του ποσοστού (%).
Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό (%) σε προβλήματα ποσοστών.



Δραστηριότητα 1η

Στον διπλανό πίνακα φαίνεται ο πληθυσμός της Ελλάδας κατά τις απογραφές του 1971 και 2001.

- Τι παρατηρείς σχετικά με τον πληθυσμό των παιδιών (0 – 14 ετών);
- Βρες πόσο μειώθηκε αυτή η πληθυσμιακή ομάδα (μπορείς να χρησιμοποιήσεις υπολογιστή τσέπης)
.....
- Γιατί δεν είναι εύκολο να εκφράσεις (και να θυμάσαι) τη μείωση και να κάνεις συγκρίσεις χρησιμοποιώντας τις τιμές του πίνακα;
.....
- Για να εκφράσεις τη μείωση ως ποσοστό στους 100 κατοίκους (%), κάτι που είναι πιο εύκολο να διαχειριστείς, τι είναι αυτό που πρέπει να βρεις;
.....
- Συμπλήρωσε τον πίνακα ποσών και τιμών. Μπορείς να συνεχίσεις με όποια μέθοδο θέλεις για να βρεις την τιμή του άγνωστου.
.....
- Αυτό που θα βρεις είναι ότι από το 1971 ως το 2001, ο πληθυσμός της Ελλάδας στην ηλικιακή ομάδα 0 – 14 ετών παρουσίασε μείωση%.

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΕΛΛΑΔΑΣ ΚΑΤΑ ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΟΜΑΔΕΣ ΗΛΙΚΙΩΝ		
	1971	2001
Σύνολο Ελλάδας	8.768.372	10.964.020
0 – 14 ετών	2.223.904	1.666.888
15- 64 ετών	5.587.352	7.423.899
64 ετών και άνω	957.116	1.873.243

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ
Μείωση κατοίκων	x
Αρχικός αριθμός κατοίκων	100

Δραστηριότητα 2η

Ένα μαγαζί διαφημίζει εκπτώσεις από 10% ως 40%. Βλέπεις ένα τζην μπουφάν του οποίου η αρχική τιμή ήταν 38 € και η τελική 28,5 €. Πόσο στα εκατό (%) ήταν η έκπτωση;

- Συμπλήρωσε τον λόγο $\frac{\text{έκπτωση}}{100}$, βάζοντας στη θέση του άγνωστου μια μεταβλητή.
- Γράψε τώρα με λόγια τους όρους σ' αυτό το κλάσμα: _____
- Αφού θέλεις να βρεις κατευθείαν την έκπτωση στα 100 €, τι πρέπει να βρεις πρώτα για να φτιάξεις τον πίνακα ποσών και τιμών με τα δεδομένα που σου χρειάζονται;
- Κάνε αυτή την πράξη με τον νου και συμπλήρωσε τον πίνακα:
- Τώρα μπορείς να συμπληρώσεις την αναλογία: $\frac{\text{έκπτωση} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{\text{_____}}{100}$
- Μπορείς να το λύσεις με όποια άλλη από τις μεθόδους των ανάλογων ποσών θέλεις.



ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ
Έκπτωση	
	100

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι σε πολλές περιπτώσεις είναι χρήσιμο να εκφράσουμε ένα μέρος ενός ποσού ως ποσοστό στα εκατό (%).

Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό (%)

Η τιμή στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό είναι η αρχική τιμή.
Όταν το ζητούμενο σε ένα πρόβλημα είναι το ποσοστό %, δηλαδή το ποσοστό σε αρχική τιμή 100, για να το βρούμε πρέπει να γνωρίζουμε την αρχική τιμή και την αύξηση ή τη μείωση στην αρχική τιμή.

Αν γνωρίζουμε την τελική τιμή και δεν γνωρίζουμε την αρχική τιμή ή το ποσοστό αύξησης ή μείωσης στην αρχική, μπορούμε να υπολογίζουμε πρώτα αυτό που δεν γνωρίζουμε και μετά να συνεχίσουμε για να βρούμε το ποσοστό στα εκατό (%).

Παραδείγματα

Ένα βιβλιοπωλείο αγοράζει ένα βιβλίο 8 € και το πουλά 14 €. Πόσο στα εκατό (%) είναι το κέρδος του;

Λύση: Γνωρίζω την τιμή αγοράς (αρχική τιμή) και την τιμή πώλησης (τελική τιμή).

a. Υπολογίζω το ποσοστό κέρδους στην αρχική τιμή:

$$14 - 8 = 6 \text{ € κέρδος}$$

b. Συμπληρώνω την αναλογία: $\frac{\text{κέρδος} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{6}{8} = \frac{x}{100}$

$$8 \cdot x = 6 \cdot 100 \quad \text{άρα } 8 \cdot x = 600 \quad x = 600 : 8 \quad x = 75$$

Απάντηση: Το κέρδος του είναι 75%.

Στη 2η δραστηριότητα της προηγούμενης σελίδας, πρώτα βρίσκουμε την έκπτωση στην αρχική τιμή:

$$38 - 28,50 = 9,50 \text{ € έκπτωση}$$

και μετά την έκπτωση στα 100, δηλαδή το ποσοστό %

$$\frac{\text{έκπτωση} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{9,50}{38} = \frac{x}{100} \quad 38 \cdot x = 9,50 \cdot 100$$

$$38 \cdot x = 950 \quad \text{άρα } x = 950 : 38 \quad x = 25\% \text{ έκπτωση}$$



Εφαρμογή

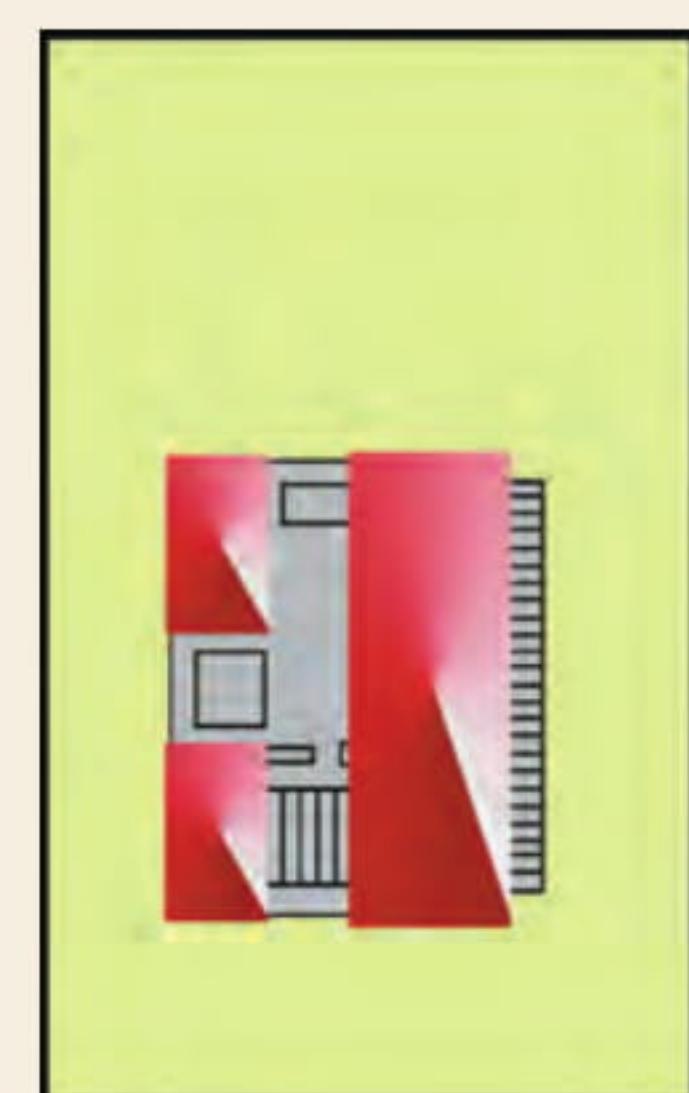
Το οικόπεδο του σχολείου έχει μήκος 60 μέτρα και πλάτος 45 μέτρα. Το κτίριο καταλαμβάνει 675 τετραγωνικά μέτρα και το υπόλοιπο είναι αυλή. Τι ποσοστό στα 100 (%) της επιφάνειας του οικοπέδου είναι χτισμένο και τι ποσοστό είναι ακάλυπτο;

Λύση:

- a. Βρίσκω τη συνολική έκταση του οικοπέδου (αρχική τιμή), που είναι η τιμή στην οποία θα υπολογίσω το ποσοστό: $60 \cdot 45 = 2700$ τετραγωνικά μέτρα
b. Το ποσοστό κάλυψης του οικοπέδου είναι 675 στα 2.700.

γ. Συμπληρώνω την αναλογία: $\frac{\text{ποσοστό} \rightarrow}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow} = \frac{675}{2700} = \frac{x}{100}$

$$2700 \cdot x = 675 \cdot 100 \quad 2700 \cdot x = \quad x = \quad x =$$



Απάντηση: Το ποσοστό στα 100 (%) της επιφάνειας του οικοπέδου που είναι χτισμένο είναι 25% και το ακάλυπτο μέρος είναι το υπόλοιπο, δηλαδή 75%.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη σχέση **αρχική τιμή - ποσοστό - τελική τιμή** και μάθαμε να βρίσκουμε το ποσοστό %. Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα;

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό Λάθος**

- ❖ Στο ποσοστό % το 100 είναι αρχική τιμή.
- ❖ Για να βρω το ποσοστό % πρέπει να ξέρω το ποσοστό στην αρχική τιμή.

Ανακεφαλαιώση

Λόγοι - Αναλογίες Όταν μιλάμε συμβολικά

• Ανάλογα ποσά

a	3	4	6	8
6	6	8	12	16

πίνακας σχέση

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16} = 0,5 \quad \frac{a}{\beta} = 0,5$$

• Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

a	4	5	8	10
6	10	8	5	4

$$4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 = 40 \quad a \cdot \beta = 40$$

- Ποσοστό
- Ποσοστό %
- Αρχική τιμή
- Τελική τιμή

- η σχέση που τα συνδέει

- μέρος κάποιου ποσού που δηλώνει τη σχέση μέρος προς ποσό
- ένα μέρος του 100 που εκφράζεται ως λόγος, ως δεκαδικός ή με το σύμβολο %
- η τιμή του αρχικού ποσού πάνω στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό
- η τιμή που προκύπτει όταν το ποσοστό αφαιρεθεί ή προστεθεί στην αρχική τιμή

- φαίνεται συμβολικά στο σχήμα:



Βρίσκουμε το ποσοστό

- όταν γνωρίζουμε το μέρος και την αρχική τιμή
- όταν γνωρίζουμε το ποσοστό στα εκατό (%) και την αρχική τιμή

- κάνουμε διαίρεση π.χ.:

$$\text{ποσοστό 3 στα } 12 \frac{3}{12} \text{ δηλαδή } 3 : 12 = 0,25$$

- κάνουμε πολλαπλασιασμό π.χ.:

$$\text{το } 25\% \text{ του } 12 \frac{25}{100} \cdot 12 = \frac{300}{100} = 3$$

Βρίσκουμε την τελική τιμή

- όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και το ποσοστό αύξησης ή μείωσης
- όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και το ποσοστό στα εκατό (%), υπάρχουν δύο τρόποι εργασίας

- κάνουμε πρόσθεση ή αφαίρεση π.χ.: **αύξηση 3 στα 12** τελική τιμή $12 + 3 = 15$
- **a.** βρίσκουμε πρώτα το ποσοστό αύξησης ή μείωσης (με πολλαπλασιασμό)
- **b.** βρίσκουμε την τελική τιμή στα 100 με τον νου και σχηματίζουμε αναλογία

Βρίσκουμε την αρχική τιμή

- όταν γνωρίζουμε το ποσοστό % και το ποσοστό στην αρχική τιμή
- όταν γνωρίζουμε το ποσοστό στα εκατό (%) και την τελική τιμή

- σχηματίζουμε αναλογία

- βρίσκουμε πρώτα την τελική τιμή στα 100 με τον νου

Βρίσκουμε το ποσοστό %

- όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και το ποσοστό στην αρχική τιμή
- όταν γνωρίζουμε την αρχική τιμή και την τελική τιμή

- σχηματίζουμε αναλογία

- βρίσκουμε πρώτα το ποσοστό αύξησης ή μείωσης (με αφαίρεση)

Η τιμή του ποσού στην όποια υπολογίζεται το ποσοστό, για το πρόβλημα ποσοστών, λέγεται αρχική τιμή (ακόμα κι αν είναι η τιμή πώλησης ενός προϊόντος).

Τα ποσά στα ποσοστά είναι πάντα ανάλογα. Τα προβλήματα ποσοστών λύνονται με τις μεθόδους λύσης των ανάλογων ποσών (αναγωγή στη μονάδα, αναλογία, απλή μέθοδο των τριών). Επειδή υπάρχει πάντα η τιμή 100, γνωρίζοντας δύο τιμές, μπορούμε να βρούμε τις άλλες δύο, αρκεί να προσέξουμε στην κατάταξη. Μπορεί να χρειάζεται νοερή πράξη στα 100.

Χρυσοί κανόνες



1ο Πρόβλημα “Οι εκλογές”

Στους εκλογικούς καταλόγους είναι γραμμένα 16.000 άτομα. Από αυτά ψήφισαν στις δημοτικές εκλογές 85%. Η παράταξη Α΄ πήρε 51%, ενώ η παράταξη Β΄ πήρε 34% των ψήφων. Οι υπόλοιποι ψήφισαν λευκό ή άκυρο. Πόσα άτομα ψήφισαν και πόσες ψήφους πήρε κάθε παράταξη;
Λύση



Απάντηση:

2ο Πρόβλημα “Οι εκπτώσεις”

Η Γεωργία έχει αναλάβει την έρευνα αγοράς για να αγοράσει 25 κρεμαστά με ασημένιες μικρές πλακέτες για αναμνηστικά για την ΣΤ΄ τάξη.

Βρήκε την ίδια πλακέτα σε δύο καταστήματα. Η αρχική τιμή της ήταν και στα δύο 10 €. Το πρώτο κατάστημα είχε βάλει έκπτωση αρχικά 25% και τώρα 10% στην τιμή της έκπτωσης, ενώ το δεύτερο κατάστημα είχε αρχικά έκπτωση 10% και τώρα ακόμη 25%. Υπάρχει διαφορά στην τιμή;
Λύση



Απάντηση:

3ο Πρόβλημα “Κέρδος πάνω στο κέρδος”

Μια αυτοκινητοβιομηχανία πουλάει τα αυτοκίνητα στις αντιπροσωπείες με 20% κέρδος στην τιμή κόστους. Ο αντιπρόσωπός της στην Ελλάδα τα πουλάει με κέρδος 10% στην τιμή αγοράς τους. Ο κ. Παπαγεωργίου αγόρασε το αυτοκίνητό του από τον αντιπρόσωπο και πλήρωσε 9.900 €. Ποιο ήταν το κόστος κατασκευής του αυτοκινήτου;
Λύση

Απάντηση: