Λόγος δύο μεγεθών

Λόγος δύο μεγεθών ή λόγος δύο αριθμών είναι η σχέση του ενός προς τον άλλο. Αυτή η σχέση είναι το πηλίκο της διαίρεσης του πρώτου αριθμού με το δεύτερο ή για να το καταλάβουμε καλύτερα, το κλάσμα που σχηματίζουν οι δυο αυτοί αριθμοί.

Π.χ. τα αγόρια του τμήματός μας είναι 11 ενώ τα κορίτσια 10. Άρα η αναλογία των αγοριών προς τα κορίτσια είναι 11 προς 10 ή αλλιώς 1,1 ή αλλιώς $\frac{11}{10}$.

Αν το μήκος ενός θρανίου είναι 90 εκ. και το πλάτος 30 εκ., ο λόγος του μήκους προς το πλάτος είναι $\frac{90}{30} = 3$

Τα μεγέθη που σχηματίζουν το λόγο θα πρέπει να είναι ομοειδή. Στα παραπάνω παραδείγματα και τα δύο μεγέθη είναι ομοειδή, μαθητές στο πρώτο παράδειγμα και μήκος πλευρών στο δεύτερο.

Όταν έχουμε δύο λόγους που είναι ίσοι, τότε λέμε ότι έχουμε μια αναλογία.

Π.χ. οι λόγοι $\frac{2}{3}$ και $\frac{4}{6}$ είναι ίσοι, αφού το δεύτερο κλάσμα είναι ισοδύναμο του πρώτου. Άρα μπορούμε να γράψουμε $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. Αυτή η ισότητα είναι μι αναλογία.

Οι αριθμοί που σχηματίζουν την αναλογία λέγονται **όροι της αναλογίας**.

Το 2 και το 6 λέγονται **άκροι όροι της αναλογίας**.

Το 3 και το 4 λέγονται **μέσοι όροι της αναλογίας**.

Όταν οι μέσοι όροι είναι ίσοι, τότε η **αναλογία λέγεται συνεχής αναλογία**.

Σε μια αναλογία το γινόμενο των άκρων όρων είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων.

Άρα αν θέλουμε να δούμε αν δυο κλάσματα αποτελούν αναλογία, θα πρέπει να υπολογίσουμε τα γινόμενα άκρων – μέσων όρων. Αν είναι ίσα τότε πράγματι, τα δυο κλάσματα σχηματίζουν αναλογία.

Ιδιότητες των Αναλογιών

Ας χρησιμοποιήσουμε την αναλογία $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

1. Παρατηρούμε ότι 3 * 15 = 45 και 5 * 9 = 45 δηλαδή 3 * 15 = 5 * 9

Το γινόμενο των άκρων όρων είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων.

Αν αλλάξουμε τη θέση των μέσων όρων, δηλαδή αν βάλουμε το 5 στη θέση του 9 και το 9 στη θέση του 5 : $\frac{3}{9} = \frac{5}{15}$ τα γινόμενα άκρων και μέσων όρων είναι πάλι ίσα 3 * 15 = 9 * 15

Σε μια αναλογία μπορούμε να αλλάξουμε τη θέση των άκρων ή των μέσων όρων της.

2. Ας αντιστρέψουμε τώρα τους όρους της αναλογίας, δηλαδή οι αριθμητές να γίνουν παρονομαστές και οι παρονομαστές αριθμητές : $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$. Θα δούμε ότι και πάλι τα γινόμενα άκρων – μέσων όρων είναι ίσα : 5 * 9 = 3 * 15

Σε κάθε αναλογία μπορούμε να αντιστρέψουμε τους όρους της.

3. Αν λείπει από μια αναλογία ένας από τους άκρους όρους π.χ. $\frac{5}{3} = \frac{15}{X}$ μπορούμε να τον βρούμε χρησιμοποιώντας την ισότητα των γινομένων :

5 * X = 3 * 15 Έχουμε μια εξίσωση με έναν άγνωστο

$5X = 45$

$X = 45 : 5$

$X = 9$

$\frac{5}{X} = \frac{15}{9}$ Λείπει ένας από τους μέσους όρους.

$5 * 9 = X * 15$ Σχηματίζω των εξίσωση των γινομένων

$45 = 15X$

$45 : 15 = X$

$3 = X$

Όταν λείπει ο όρος μιας αναλογίας λύνουμε την εξίσωση που σχηματίζεται από τα γινόμενα άκρων και μέσων όρων.

5. Έχουμε την αναλογία $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

Ας προσθέσουμε στους αριθμητές τους παρονομαστές :

$\frac{5+6}{6}$ και $\frac{25+30}{30}$

Θα πάρουμε $\frac{11}{6}$ και $\frac{55}{30}$

Ας δούμε τώρα τα γινόμενα άκρων και μέσων όρων :

$11 * 30 = 330$ $6 * 55 = 330$

Τα γινόμενα είναι ίσα, άρα έχει προκύψει ξανά αναλογία $\frac{11}{6} = \frac{55}{30}$.

Αν στους αριθμητές μιας αναλογίας προσθέσουμε τους παρονομαστές, τότε θα προκύψει πάλι αναλογία