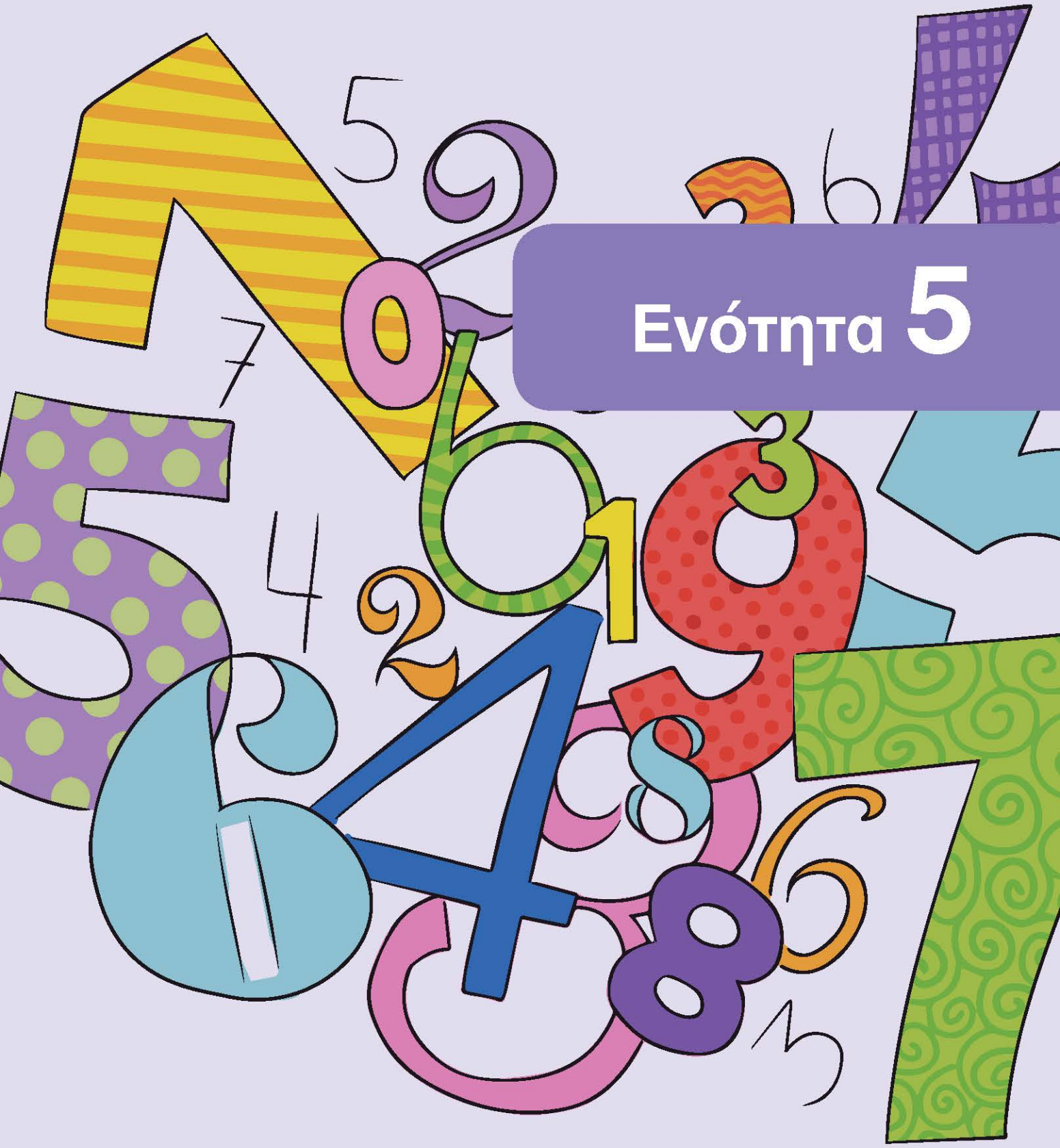
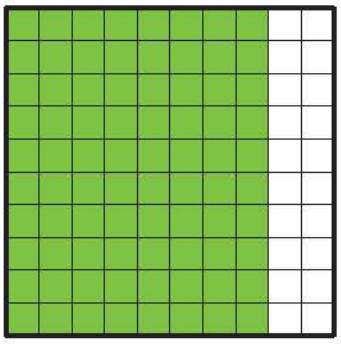


Ενότητα 5

Διερεύνηση



1. Ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων ενός Δημοτικού Σχολείου έβαψε με πράσινο χρώμα μέρος ενός τοίχου του σχολείου.

α. Αναπαριστάνουμε με ένα τετράγωνο τον τοίχο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα με:

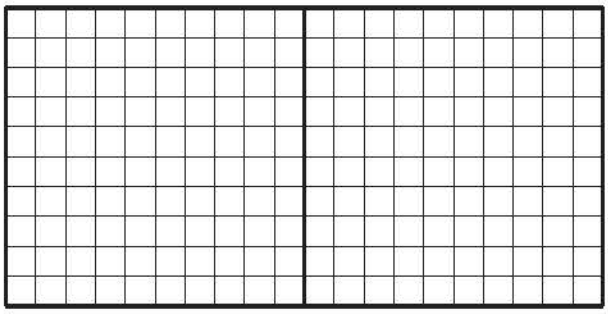
δεκαδικό κλάσμα: $\frac{\square}{10}$ ή $\frac{\square}{\square}$

δεκαδικό αριθμό: ..... ή .....

Το αρχικό τετράγωνο είναι η ακέραιη μονάδα.

β. Παρατηρούμε με τον μεγεθυντικό φακό το τετράγωνο που αναπαριστάνει τον τοίχο. Κάθε τετραγωνάκι του είναι χωρισμένο σε ..... ίσα μέρη και επομένως η ακέραιη μονάδα είναι χωρισμένη σε ..... ίσα μέρη. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα με:

δεκαδικό κλάσμα: $\frac{.....}{1.000}$ **δεκαδικό αριθμό:** .....



2. Ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων στη συνέχεια χρωμάτισε τη διπλάσια επιφάνεια.

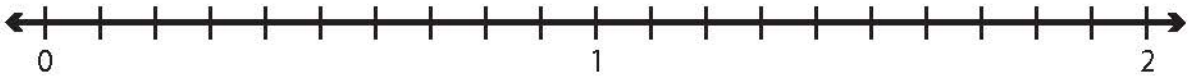
α. Χρωματίζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα και το εκφράζουμε με:

δεκαδικό κλάσμα	δεκαδικό αριθμό
$\frac{.....}{.....}$ ή $\frac{.....}{.....}$ ή $\frac{.....}{.....}$	..... ή ..... ή .....

β. Εκφράζουμε τα παραπάνω δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς με μεικτό αριθμό:

.....

γ. Τοποθετούμε τους αριθμούς $\frac{16}{10}$, $\frac{8}{10}$, **0,8** και **1,6** στην αριθμογραμμή.



Συζητάμε τον τρόπο με τον οποίο μετατρέπουμε τα δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και το αντίστροφο.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Η ακέραιη μονάδα μπορεί να χωριστεί σε 10, 100, 1.000 ίσα μέρη κ.λπ. Τα **δέκατα**, τα **εκατοστά** και τα **χιλιοστά** της μονάδας μπορούμε να τα γράψουμε με κλάσμα ή δεκαδικό αριθμό.	• ένα **δέκατο:** $\frac{1}{10}$ ή 0,1 • ένα **εκατοστό:** $\frac{1}{100}$ ή 0,01 • ένα **χιλιοστό:** $\frac{1}{1.000}$ ή 0,001 • 1 = 10 δεκ. = 100 εκ. = 1.000 χιλ.
Τα κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 10, 100, 1.000 κ.λπ. ονομάζονται **δεκαδικά κλάσματα** και μπορούν να γραφτούν και με τη μορφή **δεκαδικών αριθμών** και το αντίστροφο.	$\frac{4}{10} = 0,4$ $\frac{32}{100} = 0,32$ $\frac{583}{100} = 5,83$ $0,543 = \frac{543}{1.000}$ $1,2 = \frac{12}{10}$ $3,31 = \frac{331}{100}$
• Οι **δεκαδικοί αριθμοί** έχουν δύο μέρη, ακέραιο και δεκαδικό, που χωρίζονται με **υποδιαστολή.** • **Το ακέραιο μέρος** δείχνει τις ακέραιες μονάδες. Το **δεκαδικό μέρος** δείχνει μέρη της ακέραιης μονάδας. • Στο δεκαδικό μέρος τα ψηφία είναι: 1 αν έχω χωρίσει την ακέραιη μονάδα σε 10 ίσα μέρη, 2 αν έχω χωρίσει σε 100, 3 αν έχω χωρίσει σε 1.000 κ.λπ.	38 ακέραιες μονάδες και 57 εκατοστά της ακέραιης μονάδας. ακέραιο μέρος (38) δεκαδικό μέρος (57) 38,57 υποδιαστολή (,)
• Ο δεκαδικός αριθμός μπορεί να γραφτεί και με τη μορφή μεικτού αριθμού.	$38,57 = \frac{3857}{100}$ ή $38,57 = 38\frac{57}{100}$

Εφαρμογή Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα

1. Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{3}{20}$ και $\frac{14}{5}$ σε δεκαδικούς αριθμούς.

Μετατρέπουμε σε ισοδύναμα δεκαδικά κλάσματα και έπειτα σε δεκαδικούς αριθμούς.

α. $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100}$. Επομένως $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} =$ .....

β. $\frac{14}{5} = \frac{14 \times 2}{5 \times 2} = \frac{28}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = 2\frac{8}{10} = 2,8$ ή $\frac{14}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5} = 2\frac{4 \times 2}{5 \times 2} = 2\frac{8}{10} =$.....

2. Να μετατρέψετε τους δεκαδικούς αριθμούς 0,8 και 1,45 σε κλάσματα ή μεικτούς.

Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα και έπειτα τα δεκαδικά κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα κλάσματα.

α. $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} = \frac{\quad}{\quad}$. **β.** $1,45 = \frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45:5}{100:5} = 1\frac{9}{20}$ ή $\frac{\quad}{\quad}$

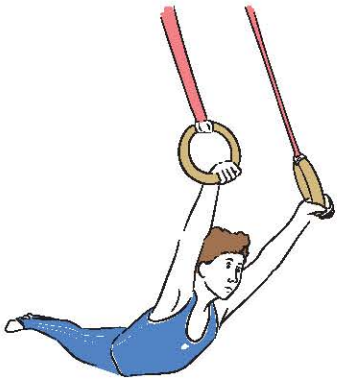
Αναστοχασμός

1. Σε έναν δεκαδικό αριθμό μικρότερο της ακέραιης μονάδας, ποιο είναι το ακέραιο μέρος;
2. Πώς μπορούμε να γράψουμε έναν φυσικό αριθμό με τη μορφή δεκαδικού αριθμού;
3. Πόσα δέκατα είναι ο δεκαδικός αριθμός 2,4; Πόσα εκατοστά είναι ο ίδιος αριθμός;

Διερεύνηση

Ο Έλληνας Ολυμπιονίκης Λευτέρης Πετρούνιας αναδείχτηκε Παγκόσμιος Πρωταθλητής στο άθλημα των κρίκων στις 7/10/2017 στο Μόντρεαλ του Καναδά. Στον πίνακα αναγράφονται οι επιδόσεις των έξι πρώτων αθλητών κατά τη σειρά με την οποία αγωνίστηκαν:

Χώρα	Αθλητής	Βαθμολογία
Ουκρανία	Ραντιβίλοφ	14,933
Τουρκία	Τσολάκ	15,066
Ρωσία	Αμπλιάζιν	15,333
Γαλλία	Αΐτ Σαΐντ	15,258
Ελλάδα	Πετρούνιας	15,433
Κίνα	Λιου	15,266



α. Παρατηρούμε τον πίνακα και απαντάμε στις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Ποιος αθλητής πήρε την υψηλότερη βαθμολογία; .....
2. Ποιος αθλητής πήρε τη χαμηλότερη βαθμολογία; .....
3. Ποιος αθλητής έχει βαθμολογία κοντά στο $15\frac{1}{2}$; .....

β. Τοποθετούμε τους παραπάνω αριθμούς στον πίνακα αξίας θέσης:

					x $\frac{1}{10}$	x $\frac{1}{100}$	x $\frac{1}{1.000}$
	x 100	x 10	x 1		x 0,1	x 0,01	x 0,001
Αριθμός	**Εκατοντάδες**	**Δεκάδες**	**Μονάδες**	,	**δέκατα**	**εκατοστά**	**χιλιοστά**
				,			
				,			
				,			
				,			
				,			
				,			
	Ακέραιο μέρος			,	**Δεκαδικό μέρος**		

Υποδιαστολή

γ. Αναλύουμε τον αριθμό 15,258:

15,258 = (**1** x 10) + (**5** x 1) + (**2** x .....) + (**5** x .....) + (..... x 0,001) ή

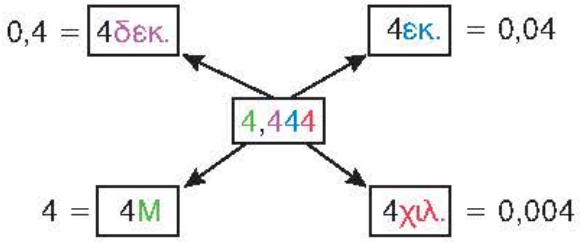
15,258 = (**1** x 10) + (**5** x 1) + (..... x $\frac{1}{10}$)+ (..... x $\frac{1}{100}$)+ (**8** x .....)

Στο δεκαδικό μέρος ποιο ψηφίο έχει τη μεγαλύτερη αξία; .....

δ. Γράφουμε σε σειρά τους παραπάνω αριθμούς του πίνακα από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο:

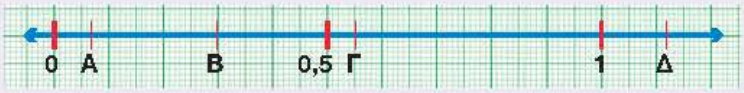
..... < ..... < ..... <

..... < ..... < .....

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Σε έναν δεκαδικό αριθμό **κάθε ψηφίο, ανάλογα με τη θέση** του στον αριθμό, έχει **διαφορετική αξία**.	
Μπορούμε να γράψουμε έναν δεκαδικό αριθμό: α. με ψηφία, β. με λέξεις.	α. 32,006 β. τριάντα δύο και έξι χιλιοστά
Οι δεκαδικοί αριθμοί, όπως και οι φυσικοί, μπορούν να αναλυθούν με το δεκαδικό τους ανάπτυγμα.	3,315 = 3 Μ + 3 δεκ. + 1 εκ. + 5 χιλ. = = (3 x1) + (3 x 0,1) + (1 x 0,01) + (5 x 0,001)
Ανάμεσα σε δύο δεκαδικούς αριθμούς **μεγαλύτερος** είναι αυτός που έχει **μεγαλύτερο ακέραιο μέρος**.	26,5 > 24,998 (γιατί 26 > 24)
Για να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς με το **ίδιο ακέραιο μέρος, συγκρίνουμε το δεκαδικό τους μέρος**, πρώτα τα δέκατα, μετά τα εκατοστά κ.λπ.	Συγκρίνω: 19,76 και 19,7499 • ίδιο ακέραιο μέρος (19 =19), • ίδια δέκατα (7=7), • διαφορετικά εκατοστά (6 > 4), • άρα 19,76 > 19,7499.

Εφαρμογή Τοποθετώ δεκαδικούς αριθμούς στην αριθμογραμμή

1. Να βρείτε τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία Α, Β, Γ και Δ της αριθμογραμμής:



Με βάση τα γνωστά σημεία πάνω στην αριθμογραμμή παρατηρούμε ότι η ακέραιη μονάδα είναι χωρισμένη σε 100 ίσα μέρη. Επομένως:

Α→0,07 Β→ ..... Γ→..... Δ→.....

2. Να τοποθετήσετε πάνω στην αριθμογραμμή το ένα εκατοστό και το ένα χιλιοστό:

3. Να τοποθετήσετε πάνω στην αριθμογραμμή τους αριθμούς 1,4 και 1,40:

Αναστοχασμός

1. Αν προσθέσουμε ένα μηδέν στο τέλος ενός δεκαδικού αριθμού, αλλάζει η αξία του;
2. Γράφουμε δεκαδικούς αριθμούς από τους οποίους ο ένας είναι 100 φορές μεγαλύτερος από τον άλλο.
3. Βρίσκουμε έναν δεκαδικό αριθμό που βρίσκεται ανάμεσα στο 3,74 και το 3,75.

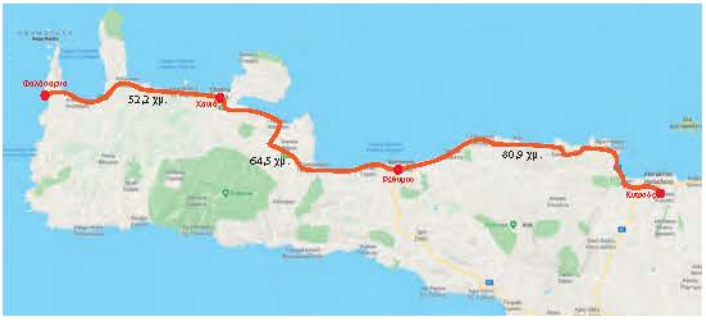
Διερεύνηση

1. Συχνά στην καθημερινή ζωή κάνουμε **εκτιμήσεις** για διάφορες καταστάσεις.

α. Υπολόγισε σωστά η Αγγελική τα χρήματα που θα χρειαστεί, για να αγοράσει ψάρια; Γιατί πολλοί έμποροι δίνουν στα προϊόντα τους τιμές που τελειώνουν σε 0,99;

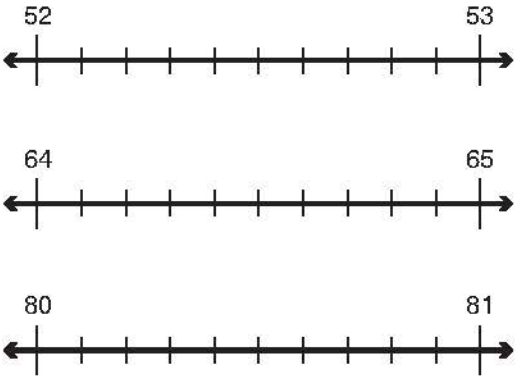
β. Τι νομίζετε ότι έλαβε υπόψη του ο Νίκος, για να εκτιμήσει το ύψος του πεύκου;

2.



α. Σε ποιο ψηφίο **στρογγυλοποίησε** τους αριθμούς η Δανάη; .....

β. Τοποθετούμε τους δεκαδικούς αριθμούς που δείχνουν τις χιλιομετρικές αποστάσεις στις διπλανές αριθμογραμμές. Σε ποιον φυσικό αριθμό είναι κάθε δεκαδικός αριθμός πιο κοντά;



Στρογγυλοποιούμε τους δεκαδικούς αριθμούς με τη βοήθεια των αριθμογραμμών. Εξηγούμε τη σκέψη μας.

.....

.....

.....

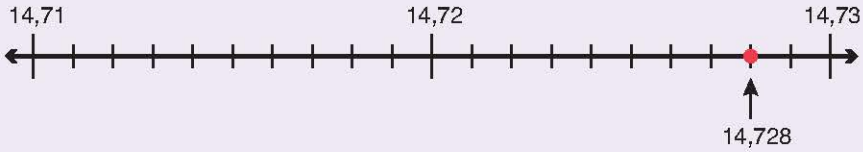
Συζητάμε διαφορές ανάμεσα στις έννοιες «εκτίμηση» και «στρογγυλοποίηση». Δίνουμε παραδείγματα.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Η **εκτίμηση** είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στην καθημερινή ζωή, γιατί μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε κατά προσέγγιση διάφορα μεγέθη.	• Το μήκος του μολυβιού είναι περίπου 8 εκ. • Το ταξίδι θα διαρκέσει περίπου 2,5 ώρες. • Το γινόμενο 7,99 x 2,47 είναι περίπου 8 x 2,5 = 20.
Η **στρογγυλοποίηση** στους δεκαδικούς αριθμούς γίνεται όπως και στους φυσικούς αριθμούς. 1. Προσδιορίζουμε τη **θέση** του ψηφίου του αριθμού στην οποία θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση. 2. Εξετάζουμε **το ψηφίο που βρίσκεται στην αμέσως επόμενη δεξιά θέση**. Αν είναι: ▶ **0, 1, 2, 3 ή 4,** τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0. ▶ **5, 6, 7, 8 ή 9,** τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0 και αυξάνουμε κατά μία μονάδα το ψηφίο της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.	Στρογγυλοποιούμε στα δέκατα τους αριθμούς: α. 23,846 β. 23,876. α. Στην αμέσως επόμενη δεξιά θέση από το 8 είναι το 4. Τα ψηφία 4, 6 θα αντικατασταθούν με 0. Ο αριθμός θα γίνει: 23,800 ή 23,8. β. Στην αμέσως επόμενη δεξιά θέση από το 8 είναι το 7. Το ψηφίο 8 στα δέκατα θα αντικατασταθεί με το 9 και τα ψηφία 7, 6 θα αντικατασταθούν με το ψηφίο 0. Ο αριθμός θα γίνει: 23,900 ή 23,9.

Εφαρμογή

1. **Το σχολείο θέλει να αγοράσει 5 μπάλες ποδοσφαίρου καθεμία από τις οποίες κοστίζει 19,87 €. Θα φτάσουν 100 € για την αγορά αυτή;**
   - Ο αριθμός 19,87 μπορεί να στρογγυλοποιηθεί στον αριθμό 20. Είναι 5 x 20 = ...
   - Επομένως τα 100 € φτάνουν και θα περισσέψουν μερικά λεπτά του ευρώ.

2. **Να στρογγυλοποιήσετε τον δεκαδικό αριθμό 14,728 στα εκατοστά με τη βοήθεια της αριθμογραμμής:**



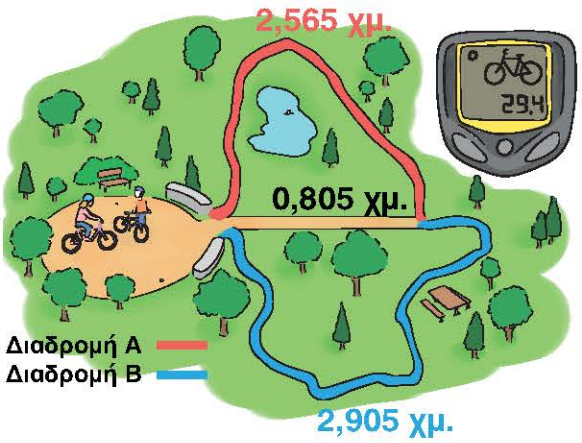
Ο αριθμός 14,728 βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς 14,72 και 14,73 και είναι πιο κοντά στο ..... από ό,τι στο ..... . Η στρογγυλοποίησή του στα εκατοστά δίνει τον αριθμό ..... .

Αναστοχασμός

1. Εξηγούμε γιατί ο αριθμός 9,5 που στην αριθμογραμμή βρίσκεται ακριβώς στη μέση ανάμεσα στο 9 και στο 10, στρογγυλοποιείται στο 10 και όχι στο 9.
2. Το πλάτος ενός τζαμιού είναι 0,76 μ. Επειδή έσπασε και θέλουμε να παραγγείλουμε καινούργιο, μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό στα δέκατα;

Διερεύνηση

Ο Νίκος και η Αγγελική έκαναν μια βόλτα στο βουνό με τα ποδήλατά τους.
Στην αρχή της διαδρομής το ταχύμετρο στο ποδήλατο του Νίκου έδειχνε 26,030 χμ. και στο τέλος της διαδρομής 29,4 χμ. Ποια διαδρομή ακολούθησε μαζί με την Αγγελική;



Λύση

1. Υπολογίζουμε το μήκος της διαδρομής Α και της διαδρομής Β:

Διαδρομή Α

Χρησιμοποιώντας το υλικό δεκαδικής βάσης

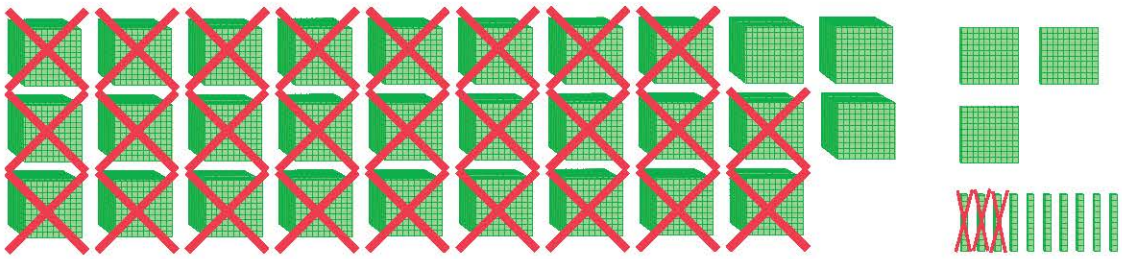
Αριθμός	Μονάδες	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
2,565				
0,805				
.....				

Διαδρομή Β

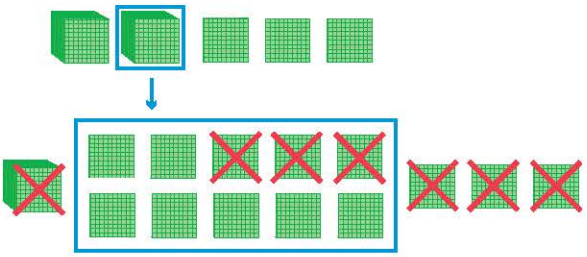
Υπολογίζοντας με κάθετη πράξη

Γράφουμε στον παραπάνω πίνακα τον αριθμό που βρήκαμε.

2. Υπολογίζουμε τη χιλιομετρική απόσταση που διένυσαν τα παιδιά χρησιμοποιώντας το υλικό δεκαδικής βάσης: 29,4 – 26,03 = ... χμ.



Απάντηση:
Τα παιδιά ακολούθησαν τη διαδρομή .....

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
• Στους δεκαδικούς αριθμούς προσθέτουμε ή αφαιρούμε μέρη ίδιας αξίας: χιλιοστά με χιλιοστά, εκατοστά με εκατοστά, δέκατα με δέκατα, μονάδες με μονάδες κ.λπ. • Στις κάθετες πράξεις προσέχουμε κάθε ψηφίο ίδιας αξίας να είναι το ένα κάτω από το άλλο.	12,8 + 4,9 = 17,7 8,25 - 3,12 = 5,13 ΔΜ ιδ εκ χιλ: 16,784 + 12,818 = 29,602 ΔΜ ιδ εκ χιλ: 14,200 - 8,097 = 6,103
Στην **αφαίρεση** δεκαδικών αριθμών ορισμένες φορές χρειάζεται να μετατρέψουμε ακέραιες μονάδες του μειωτέου σε δέκατα, εκατοστά ή χιλιοστά, ώστε να κάνουμε την αφαίρεση.	2,3 -1,6 = 0,7 
Στην πρόσθεση, αν αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα.	3,2 + 5,7 = 8,9 και 5,7 + 3,2 = 8,9
Σε μια πρόσθεση πολλών αριθμών, αν αλλάξουμε τα ζευγάρια των προσθετέων, το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δεν αλλάζει.	(0,58 + 0,25) + 0,75 = 0,83 + 0,75 = 1,58 ή 0,58 + (0,25 + 0,75) = 0,58 + 1 = 1,58

Εφαρμογή

Η Αγγελική αγόρασε ένα βιβλίο αξίας 12, 80 € και ένα κουτί με μαρκαδόρους αξίας 6,35 €. Αν είχε 50 €, πόσα ρέστα πήρε;

α. Κάνουμε **εκτίμηση** του αποτελέσματος, για να αποφύγουμε πιθανά λάθη στις πράξεις:
12,80 + 6,35 είναι περίπου 13 + 6 = 19 € . Άρα 50 – 19 = 31 € περίπου ήταν τα ρέστα.

β. Υπολογίζουμε ακριβώς: 12,80 + 6,35 = ...€ πλήρωσε.
Τα ρέστα που πήρε ήταν 50 – 19,15 = 50,00 – 19,15 = ... € .
(Για ευκολία στην αφαίρεση προσθέτουμε μηδενικά στο τέλος του αριθμού με τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία).

γ. Ελέγχουμε το αποτέλεσμα: Πρέπει να είναι κοντά στην εκτίμηση που κάναμε.

Αναστοχασμός

1. Ποιος αριθμός προκύπτει, αν προσθέσουμε ένα δέκατο στον δεκαδικό αριθμό 2,9;
2. Βρίσκουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς με άθροισμα περίπου 9.
3. Βρίσκουμε δύο αριθμούς με διαφορά μεγαλύτερη από 2,5 και μικρότερη από 3.
4. Βρίσκουμε το άθροισμα 5 χιλιοστά και 40 εκατοστά και 10 μονάδες.

Διερεύνηση

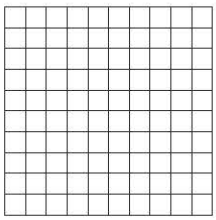
1. Αξιοποιούμε τις ιδέες των παιδιών και υπολογίζουμε το γινόμενο **0,8 x 0,4** με διαφορετικούς τρόπους:

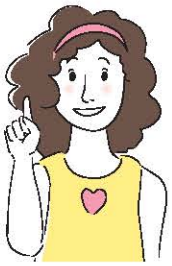
α. Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα.

0,8 x 0,4 = $\frac{\square}{\square}$ **x** $\frac{\square}{\square}$ **=** $\frac{\square}{\square}$ **= .....**

- Συζητάμε αν το γινόμενο θα είναι ίδιο αλλάζοντας τη σειρά των παραγόντων.

β. Χρησιμοποιούμε μοντέλα αναπαράστασης





Έχω ένα μέρος της ακέραιης μονάδας, το 0,4. Θέλω να βρω το 0,8 του 0,4. Θα χρησιμοποιήσω το τετράγωνο, για να αναπαραστήσω την ακέραιη μονάδα.

- Χρησιμοποιούμε το παραπάνω μοντέλο αναπαράστασης και χρωματίζουμε τα μέρη της ακέραιης μονάδας, για να βρούμε το γινόμενο **0,8 x 0,4**. Είναι: 0,8 x 0,4 = ...

γ. Κάνουμε την πράξη κάθετα

Για να δω πού θα βάλω την υποδιαστολή κάνω εκτίμηση. Το γινόμενο 0,8 x 0,4 ισούται περίπου με 1 x 0,4 = 0,4.

8 x 4 = 32. Οπότε 0,8 x 0,4= 0,32.

8	**x**	**4**	**=**	**32**
↓ :10		↓ :10		↓ :100
0,8	**x**	**0,4**	**=**	**0,32**

$$\begin{array}{r} 0,8 \\ \times 0,4 \\ \hline 32 \\ +00 \\ \hline 0,32 \end{array}$$

- Υπολογίζουμε στο τετράδιό μας με κάθετη πράξη το γινόμενο 3,4x1,06 και χρησιμοποιούμε τους παραπάνω τρόπους, για να βάλουμε την υποδιαστολή.

Περιγράφουμε όλες τις παραπάνω στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

2. Χρησιμοποιούμε την αριθμομηχανή τσέπης, για να υπολογίσουμε τα γινόμενα:

α. 2,85 x **10** = ... β. 2,85 x **100** = ... γ. 2,85 x **1.000** = ...

δ. 2,85 x **0,1** = ... ε. 2,85 x **0,01** = ... στ. 2,85 x **0,001** = ...

Τι συνέβη στον δεκαδικό αριθμό, όταν τον πολλαπλασιάσαμε με τους παραπάνω αριθμούς; Γιατί;

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Όταν **πολλαπλασιάζουμε** δεκαδικούς αριθμούς ή δεκαδικό αριθμό με φυσικό αριθμό: α. Κάνουμε εκτίμηση του γινομένου. β. Κάνουμε την πράξη κάθετα, σαν να ήταν οι παράγοντες φυσικοί αριθμοί, και έπειτα τοποθετούμε την υποδιαστολή στη σωστή θέση. γ. Ελέγχουμε το γινόμενο με βάση την εκτίμησή μας.	4,16 x 3,2 = **α. Κάνω εκτίμηση:** 4x3 = 12 **β. Υπολογίζω:** 4,16x3,2 = 13,312 **γ. Ελέγχω:** Το 13,312 είναι κοντά στο 12. **4,16** **x 3,2** **832** **+ 1248** **13,312**
Στον πολλαπλασιασμό, αν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα.	4,16 x 3,2 x 1,2 = 3,2 x 1,2 x 4,16 = 13,312
Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000, ο αριθμός μεγαλώνει 10, 100, 1.000 φορές αντίστοιχα. Επομένως η υποδιαστολή μετακινείται 1, 2 ή 3 θέσεις δεξιά αντίστοιχα.	10 x 3,4 = 34 100 x 3,4 = 340 (συμπληρώνω ένα μηδενικό).

Εφαρμογή

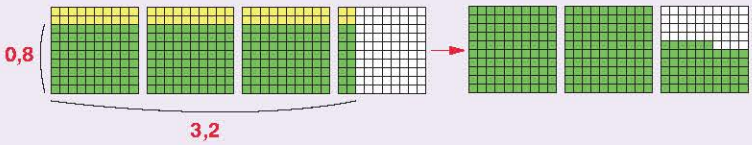
Να υπολογίσετε το γινόμενο 0,8 x 3,2.

α. Κάνουμε **εκτίμηση** του αποτελέσματος: 0,8 x 3,2 είναι περίπου 1 x 3 = 3.

β. Υπολογίζουμε ακριβώς:

α΄ τρόπος: $0{,}8 \times 3{,}2 = \frac{8}{10} \times \frac{32}{10} = \frac{8 \times 32}{100} = \frac{256}{100} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

β΄ τρόπος: Χρησιμοποιούμε μοντέλα αναπαράστασης.



Το τετράγωνο αναπαριστά την ακέραιη μονάδα.
Ζωγραφίζουμε με κίτρινο χρώμα το 3,2. Μετά με πράσινο χρώμα ζωγραφίζουμε το 0,8 από το 3,2. Μετράμε και αναδιατάσσουμε τα πράσινα τετραγωνάκια. Με τον παραπάνω τρόπο αναπαραστήσαμε τον δεκαδικό αριθμό 2,56.

γ. Ελέγχουμε το αποτέλεσμα: Το 2,56 είναι κοντά στο 3.

γ΄ τρόπος:
Κάνουμε την πράξη κάθετα.

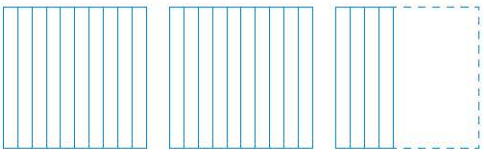
0,8
x 3,2
16
+ 24
2,56

Αναστοχασμός

1. Ποιος αριθμός προκύπτει, αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό 2,5 με 10 εκατοστά;
2. Όταν πολλαπλασιάζουμε δυο δεκαδικούς αριθμούς μικρότερους από το 1, το γινόμενό τους είναι μικρότερο από τον κάθε αριθμό ξεχωριστά. Εξηγούμε γιατί συμβαίνει αυτό.

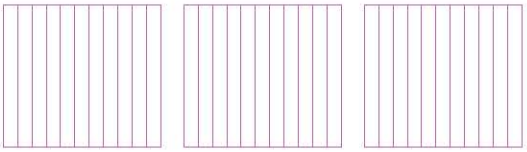
Διερεύνηση

1. Υπολογίζουμε το πηλίκο **2,4 : 4**.



- Χρησιμοποιούμε το μοντέλο αναπαράστασης, για να βρούμε το πηλίκο **2,4 : 4**.
- Είναι 2,4 : 4 = ...

2. Υπολογίζουμε το πηλίκο **3 : 0,6**.



α΄ τρόπος: Υπολογίζουμε πόσες φορές χωρά το 0,6 στις 3 ακέραιες μονάδες. Επομένως 3 : 0,6 = ...

β΄ τρόπος: Κάνουμε την πράξη ακολουθώντας τη συμβουλή του Νίκου.

3. Η Αγγελική θέλει να μοιράσει εξίσου σε 4 βαζάκια 134 γραμμάρια μαρμελάδας. Πόσα γραμμάρια μαρμελάδας θα βάλει σε κάθε βαζάκι;

Συζητάμε πώς η σκέψη του Νίκου μας οδηγεί στην κάθετη πράξη.

Από τον τρόπο του Νίκου ➡	στην κάθετη πράξη της διαίρεσης
4 x 30 = 120 μονάδες	30 φορές (3 δεκάδες) χωράει το 4 στο 134.
4 x 3 =12 μονάδες	3 φορές (3 μονάδες) χωράει το 4 στο 14.
Το υπόλοιπο είναι 2 μονάδες που τις μετατρέπουμε σε 20 δέκατα.	Το υπόλοιπο είναι 2 μονάδες που τις μετατρέπουμε σε 20 δέκατα.
4 x 5 = 20 δέκατα	0,5 φορές (5 δέκατα) χωράει το 4 στο 2.

```
 134 | 4
-12  |33,5
  14
 -12
   20
```

4. Χρησιμοποιούμε την **αριθμομηχανή τσέπης**, για να υπολογίσουμε τα πηλίκα:

α. 8,25 : **10** = ... β. 82,5 : **100** = ... γ. 825 : **1.000** = ...

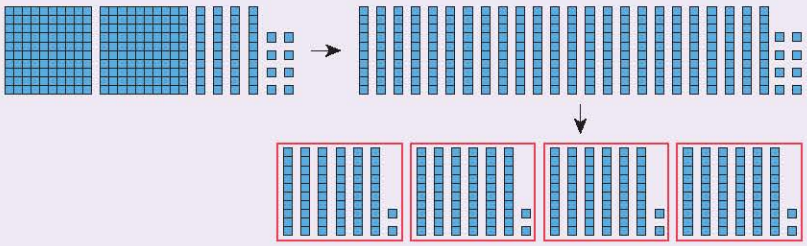
δ. 8,25 : **0,1** = ... ε. 82,5 : **0,01** = ... στ. 825 : **0,001** = ...

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Για να διαιρέσουμε φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς με φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς, μπορούμε να εργαστούμε, όπως μάθαμε, με πολλούς τρόπους.	
Σε μια κάθετη διαίρεση φυσικού ή δεκαδικού αριθμού με φυσικό αριθμό: α. διαιρούμε τις ακέραιες μονάδες, β. μετατρέπουμε το υπόλοιπο σε δέκατα και προσθέτουμε ταυτόχρονα τα δέκατα που μπορεί να έχει ο Διαιρετέος, γ. βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο, γιατί μετά διαιρούμε τα δέκατα της ακέραιης μονάδας, δ. διαιρούμε τα δέκατα της μονάδας, ε. μετατρέπουμε το νέο υπόλοιπο σε εκατοστά, προσθέτουμε τα εκατοστά που μπορεί να έχει ο Διαιρετέος και συνεχίζουμε τη διαίρεση.	7 | 4 -4 | 1,75 30 -28 20 -20 00 3,48 | 4 -0 | 0,87 34 -32 28 -28 00
Στη διαίρεση, αν πολλαπλασιάσουμε Διαιρετέο και διαιρέτη με τον ίδιο αριθμό, το πηλίκο δεν αλλάζει.	3,2 : 0,25 = (3,2x100) : (0,25x100) = = 320 : 25 = 12,8
Όταν διαιρούμε έναν φυσικό ή δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000, ο αριθμός μικραίνει, αντίστοιχα, 10, 100, 1.000 φορές. Επομένως η υποδιαστολή μετακινείται, αντίστοιχα, 1, 2 ή 3 θέσεις αριστερά.	3,4 : 10 = 0,34 3,4 : 100 = 0,034 3 : 1.000 = 0,003

Εφαρμογή

Να υπολογίσετε το πηλίκο 2,48 : 4.

α΄ τρόπος: Χωρίζουμε τις 2 ακέραιες μονάδες, τα 4 δέκατα και τα 8 εκατοστά σε ..... ίσα μέρη. Επομένως 2,48 : 4 = ...



2,48 | 4

β΄ τρόπος: Κάνουμε τη διαίρεση κάθετα.

Αναστοχασμός

1. Όταν διαιρούμε έναν δεκαδικό ή φυσικό αριθμό με το 0,1 ή το 0,01 ή το 0,001, το πηλίκο είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από τον διαιρετέο; Εξηγούμε την απάντησή μας.
2. Πότε το πηλίκο μιας διαίρεσης είναι μικρότερο από το 1;

Διερεύνηση

1.

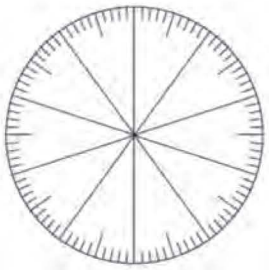
Παρατηρούμε τις εικόνες. Συζητάμε τι εκφράζουν οι αριθμοί.

2. Στον παρακάτω πίνακα καταγράφονται οι απαντήσεις των 200 μαθητών και μαθητριών ενός δημοτικού σχολείου στα ερωτήματα μιας έρευνας που πραγματοποιήθηκε στο σχολείο τους.

Τι τρώω για πρωινό;	
Απαντήσεις	**Ποσοστό**
γάλα	45%
γάλα με δημητριακά	38%
χυμός πορτοκαλιού	17%

Συζητάμε τι εκφράζει κάθε ποσοστό.

α. Χρωματίζουμε στο κυκλικό διάγραμμα τα ποσοστά που εκφράζουν το μέρος των μαθητών και μαθητριών που έδωσε την κάθε απάντηση.



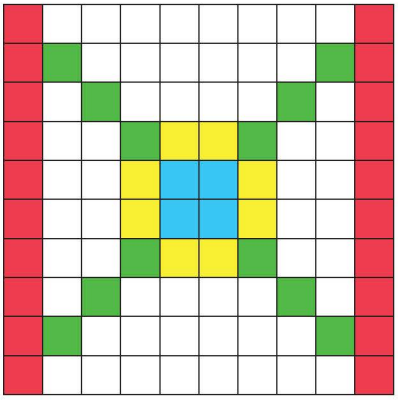
β. Βρίσκουμε το πλήθος των μαθητών και μαθητριών που έδωσε την καθεμία απάντηση.

	γάλα	**γάλα με δημητριακά**	**χυμός πορτοκαλιού**
πλήθος μαθητών/ μαθητριών			

γάλα
γάλα με δημητριακά
χυμός πορτοκαλιού

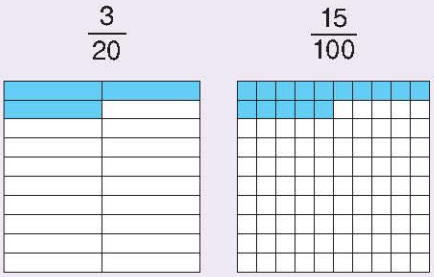
3. Ο Αντρέι, κατά τη διάρκεια της επίσκεψής του σε ένα εργαστήριο ψηφιδωτών, έφτιαξε το τετράγωνο ψηφιδωτό της παρακάτω εικόνας. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του ψηφιδωτού που καλύπτεται με:

Χρώμα	Με δεκαδικό αριθμό	Με κλάσμα με παρονομαστή το 100	Με ποσοστό στα εκατό (%)
κόκκινο			
πράσινο			
κίτρινο			
μπλε			



Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Το ποσοστό εκφράζει το μέρος μιας ποσότητας. Το **ποσοστό στα εκατό (%)** είναι ένα μέρος από τα 100 ίσα μέρη στα οποία χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα.	• Τα 25% των 200 κιλών λάδι. Χωρίζουμε το 200 σε 100 ίσα μέρη και παίρνουμε τα 25 από αυτά. 200 : 100 = 2 και 2 x 25 = 50 κιλά.
Το **ποσοστό στα εκατό (%)** μπορεί να εκφραστεί με **δεκαδικό κλάσμα με παρονομαστή το 100** και με **δεκαδικό αριθμό**.	$40\% = \frac{40}{100} = 0,40$
Η ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό εξαρτάται από την τιμή στην οποία αναφέρεται.	• 20% των 80 € είναι 16 €. • 20% των 120 € είναι 24 €.

Εφαρμογή



1. Να εκφράσετε με ποσοστό στα εκατό (%) το κλάσμα $\frac{3}{20}$.

α΄ τρόπος: Βρίσκουμε ένα κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{3}{20}$ με παρονομαστή το 100. Είναι: $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100} = 15\%$

β΄ τρόπος: Κάνουμε διαίρεση. Είναι: $\frac{3}{20} = 3:20 = 0,15 = 15\%$

2. Ο Νίκος, στην περίοδο των εκπτώσεων, αγόρασε μία μπάλα ποδοσφαίρου με έκπτωση 30%. Η αρχική τιμή της, πριν από την έκπτωση, ήταν 15 €. Πόσα € πλήρωσε;

α΄ τρόπος:

Σκέψη: Η έκπτωση είναι τα $\frac{30}{100}$ της αρχική τιμής, δηλαδή είναι τα $\frac{30}{100}$ του 15.

Λύση

Υπολογίζουμε την έκπτωση σε €. Είναι $\frac{30}{100} \times 15 = \frac{30 \times 15}{100} = \frac{450}{100} = 4,50$ ή

$\frac{30}{100} \times 15 = 0,30 \times 15 = 4,50$ ή $15 : 100 = 0,15$ και $0,15 \times 30 = 4,50$ €

Ο Νίκος πλήρωσε 15 – 4,50 = 10,50 €

β΄ τρόπος:

Σκέψη: Η έκπτωση είναι 30% , δηλαδή ο Νίκος πλήρωσε τα 70 % της αρχικής τιμής.

Λύση

Ο Νίκος πλήρωσε $\frac{70}{100} \times 15 = 0,70 \times 15 = 10,50$ € ή $\frac{70}{100} \times 15 = \frac{70 \times 15}{100} = \frac{1.050}{100} = 10,50$ €

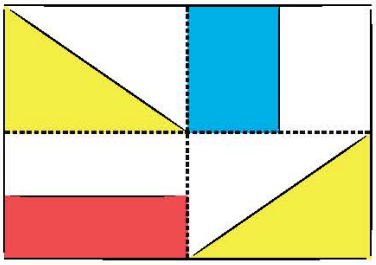
ή $15:100 = 0,15$ και $0,15 \times 70 = 10,50$ €

Αναστοχασμός

1. Εξηγούμε την πρόταση: «Η τιμή του πετρελαίου αυξήθηκε 8%»
2. Ένα παντελόνι που κόστιζε 90 € πωλείται με έκπτωση 50%. Ποια είναι η νέα τιμή του;
3. Βρίσκουμε παραδείγματα από την καθημερινή ζωή στα οποία χρησιμοποιούμε ποσοστά.

Διερεύνηση

1. Οι τέσσερις φίλοι φτιάχνουν μια πολύχρωμη σημαία για μια θεατρική παράσταση που ετοιμάζει η τάξη τους. Αφού κάθε παιδί ζωγράφισε ένα μέρος της σημαίας, μετά όλα τα παιδιά μαζί συζητάνε ποια χρώματα θα χρησιμοποιήσουν, για να ζωγραφίσουν το αχρωμάτιστο μέρος της σημαίας τους.



α. Βοηθάμε τα παιδιά να υπολογίσουν με διαφορετικούς τρόπους το μέρος της σημαίας που έχει μείνει ακόμα αχρωμάτιστο.

1. Ο Αντρέι και η Αγγελική υπολογίζουν με **κλάσματα**: .....

.....

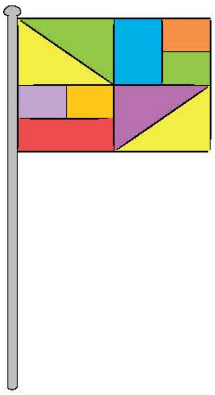
2. Η Δανάη υπολογίζει με **δεκαδικούς αριθμούς**: .....

.....

3. Ο Νίκος υπολογίζει με **ποσοστά**: .....

.....

β. Υπολογίζουμε το μέρος της σημαίας το οποίο, τελικά, τα παιδιά ζωγράφισαν κίτρινο και το εκφράζουμε με διαφορετικούς τρόπους.



.....

.....

.....

.....

.....

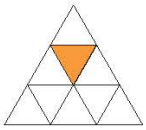
2. Παρατηρούμε τις διπλανές εικόνες.

Με ποιον τρόπο μπορούμε να εκφράσουμε:

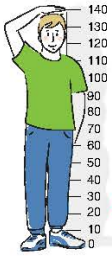
α.

β.

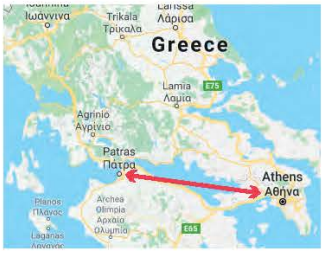
γ.



δ.



ε.



α. τον αριθμό που είναι στο σημείο Α της αριθμογραμμής; .....

β. τα λιπαρά που έχει το κουτί γάλα; .....

γ. το μέρος του μεγάλου τριγώνου που είναι το χρωματισμένο τρίγωνο; .....

δ. το ύψος του παιδιού; .....

ε. την απόσταση Αθήνα – Πάτρα; .....

Συζητάμε στην τάξη τις επιλογές μας.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Μπορούμε να εκφράσουμε μια ποσότητα ή ένα μέρος αυτής με φυσικό αριθμό, με δεκαδικό αριθμό, με κλασματικό ή μεικτό αριθμό ή και με ποσοστά.	• 180 λεπτά = 2,5 ώρες = 2 $\frac{1}{2}$ ώρες • $\frac{1}{2}$ της πίτας • το 0,5 του λίτρου • το 25% των 80 €

Εφαρμογή

Η Αγγελική έφτιαξε μπισκότα για τους φίλους και τις φίλες της . Ο Νίκος έφαγε το 15% του συνολικού αριθμού των μπισκότων. Ο Αντρέι έφαγε το $\frac{1}{4}$ και η Δανάη έφαγε το 0,20 του συνολικού αριθμού των μπισκότων. Όταν τα παιδιά έφυγαν, είχαν απομείνει 16 μπισκότα. Πόσα μπισκότα έφτιαξε συνολικά η Αγγελική;

Λύση

1ο βήμα: Εκφράζουμε τους αριθμούς με κλάσματα.

$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ και $0{,}20 = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

2ο βήμα: Βρίσκουμε με κλάσμα το μέρος των μπισκότων που έφαγαν τα παιδιά.

Είναι: $\frac{3}{20} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3}{20} + \frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{5}$ του συνολικού αριθμού των μπισκότων.

3ο βήμα: Εκφράζουμε με κλάσμα τα μπισκότα που έμειναν.

Τα 16 μπισκότα που έμειναν είναι το $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ του συνολικού αριθμού μπισκότων.

4ο βήμα: Κάνουμε αναγωγή στην κλασματική μονάδα.

Γνωρίζουμε πόσα μπισκότα είναι τα $\frac{2}{5}$ του συνόλου και θέλουμε να βρούμε πόσα μπισκότα είναι το σύνολο, δηλαδή τα $\frac{5}{5}$. Θα κάνουμε αναγωγή στην κλασματική μονάδα.

- Τα $\frac{2}{5}$ των μπισκότων είναι 16 μπισκότα.
- Το $\frac{1}{5}$ των μπισκότων είναι 16 : 2 = 8 μπισκότα.
- Τα $\frac{5}{5}$ είναι 8 x 5 = 40 μπισκότα.

Απάντηση

Η Αγγελική έφτιαξε συνολικά 40 μπισκότα.

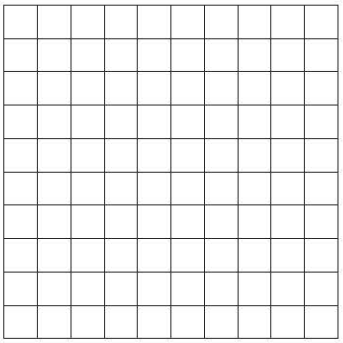
Αναστοχασμός

1. Γράφουμε το ποσοστό 75% με κλάσμα στην απλούστερη μορφή του.
2. Εκφράζουμε με δεκαδικό αριθμό το 40% του $\frac{1}{5}$.

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

- ✓ **να μετατρέπω τα δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και το αντίστροφο,**
- ✓ **να διατάσσω και να συγκρίνω δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να στρογγυλοποιώ δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να προσθέτω και να αφαιρώ δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να πολλαπλασιάζω δεκαδικό με φυσικό αριθμό και δεκαδικό με δεκαδικό αριθμό,**
- ✓ **να διαιρώ φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς με φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να εκφράζω με ποσοστά δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να λύνω προβλήματα με δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.**

1η Άσκηση



Στο διπλανό τετράγωνο χρωματίζουμε:

α. τα $\frac{2}{5}$ του με κόκκινο χρώμα

β. το 0,03 του με πράσινο χρώμα

γ. το 17% του με κίτρινο χρώμα

Εκφράζουμε το μέρος του τετραγώνου που έμεινε αχρωμάτιστο με κλάσμα, με δεκαδικό αριθμό και με ποσοστό:

Κλασματικός αριθμός	Δεκαδικός αριθμός	Ποσοστό %

2η Άσκηση

Τοποθετούμε τους παρακάτω αριθμούς στην αριθμογραμμή:

α. 42% β. 0,6 γ. $\frac{3}{10}$ δ. $1\frac{1}{5}$ ε. 0,76

3η Άσκηση

Βρίσκουμε 3 δεκαδικούς αριθμούς με τρία δεκαδικά ψηφία, οι οποίοι, όταν στρογγυλοποιηθούν στα δέκατα, δίνουν άθροισμα 10.

4η Άσκηση

Η Δανάη και ο Νίκος έχουν τις διπλανές κάρτες. Χρησιμοποιώντας και τις τέσσερις κάρτες σχηματίζουν αριθμούς. Καταγράφουμε όλους τους αριθμούς που είναι δυνατόν να σχηματιστούν και τους διατάσσουμε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

1 3 0 ,

5η Άσκηση

Η Αγγελική πρόσθεσε κάθετα τους αριθμούς 3,036 και 32,5 και βρήκε άθροισμα 6,286. Ποιο λάθος νομίζετε ότι έκανε;

.....

Κάνουμε εκτίμηση του αποτελέσματος, ώστε να ελέγξουμε το παραπάνω άθροισμα.

.....

6η Άσκηση

Ο Αντρέι πληκτρολόγησε έναν αριθμό στην αριθμομηχανή τσέπης. Τον πολλαπλασίασε με το 100 και στην οθόνη εμφανίστηκε ο αριθμός **80,5**.

α. Ποιον αριθμό πληκτρολόγησε αρχικά; .....

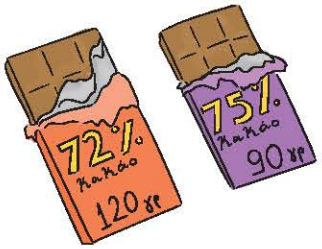
β. Ποια πράξη χρειάζεται να κάνει και ποιον αριθμό να πληκτρολογήσει μετά, ώστε να εμφανιστεί ο αριθμός **40,25**;

.....

1ο Πρόβλημα

α. Ποια από τις δυο σοκολάτες έχει μεγαλύτερη περιεκτικότητα σε κακάο;

.....



β. Υπολογίζουμε τα γραμμάρια κακάου που περιέχονται σε καθεμία σοκολάτα.

.....

2ο Πρόβλημα

Η τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε κατά 5%. Μικρό χρονικό διάστημα μετά η τιμή του προϊόντος αυξήθηκε πάλι 5%. Τρεις μήνες μετά αυξήθηκε τρίτη φορά κατά 5%. Η συνολική αύξηση ήταν 15%; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.