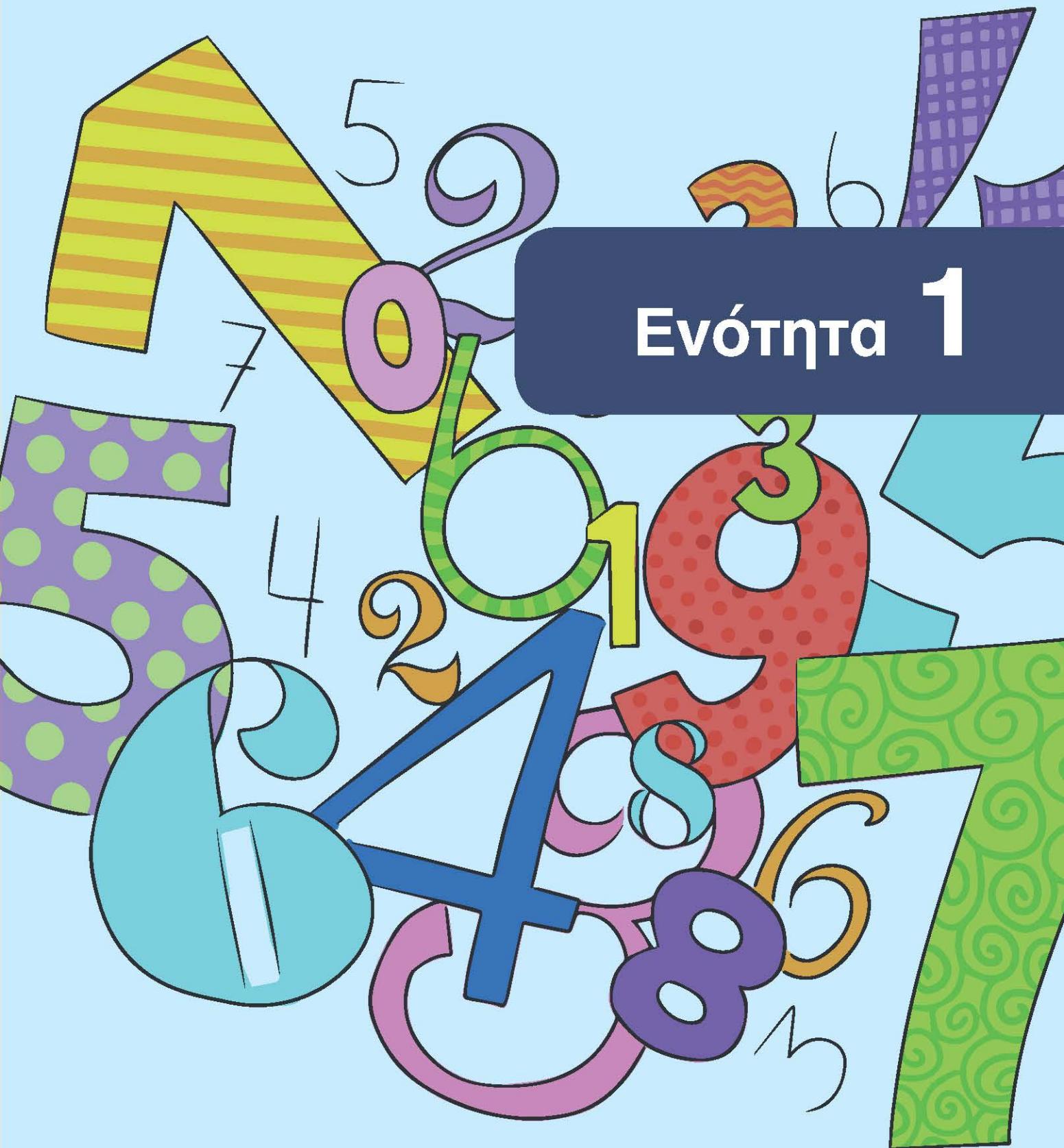
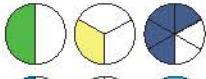
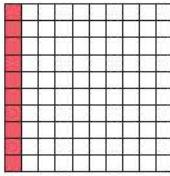
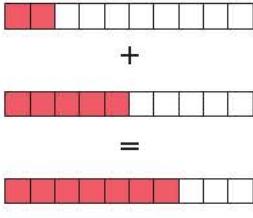
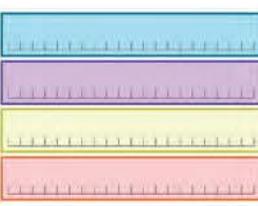


Ενότητα 1



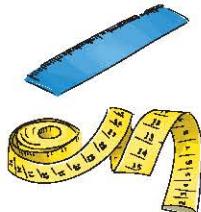
Τι θυμόμαστε από τα Μαθηματικά των προηγούμενων τάξεων

<p>Αριθμοί</p> 	<ul style="list-style-type: none"> Μετράμε από το 999.980 ως το 1.000.000. Γράφουμε τον μεγαλύτερο πενταψήφιο αριθμό: _____ Γράφουμε τον μικρότερο τετραψήφιο αριθμό: _____ Γράφουμε τον προηγούμενο και τον επόμενο του αριθμού: _____ < 198.090 < _____ Γράφουμε <, >, ή = στα ζευγάρια των αριθμών: 345.180 ___ 43.854 94.894 ___ 98.494 890.182 ___ 890.182 	
<p>Πρόσθιση</p> $ \begin{array}{r} 2\ 9\ 7\ 5 \\ + \boxed{}\ 2\ \boxed{}\ 8 \\ \hline 9\ \boxed{}\ 8\ \boxed{} \end{array} $ <p>και αφαίρεση</p> $ \begin{array}{r} 1\ 5\ \boxed{}\ 9\ 4 \\ - 6\ 3\ \boxed{}\ 7 \\ \hline \boxed{}\ 7\ 7\ \boxed{} \end{array} $	$8.000 + 4.000 =$ $129.999 + 356.001 =$ $45.700 + 239.135 + 3.300 =$ $3.600 - 1.700 =$ $642.800 - 4.800 =$ $640.090 - 300.080 =$	Προσθέτουμε κάθετα τους αριθμούς: $14.287 + 36 + 4.002 + 369 =$ Αφαιρούμε κάθετα τους αριθμούς: $1.000.000 - 345.804 =$
<p>Πολλαπλασιασμός</p> $ \begin{array}{r} \boxed{}\ 1\ 5 \\ \times 1\ \boxed{} \\ \hline 6\ 9\ \boxed{} \\ + \boxed{}\ 1\ \boxed{} \\ \hline \boxed{}\ 8\ 4\ 0 \end{array} $	$2 \times 500.000 =$ $4 \times 250.000 =$ $8 \times 125.000 =$ $12 \times 50.000 =$ $150 \times 600 =$	Πολλαπλασιάζουμε κάθετα τους αριθμούς: $378 \times 19 =$ $206 \times 54 =$
<p>Διαίρεση</p> <p>τέλεια ($u=0$)</p> $ \begin{array}{r} 7\ 8\ 3\ \boxed{}\ 1\ 8 \\ - 7\ 2 \\ \hline 6\ 3 \\ - 5\ \boxed{} \\ \hline 9\ 0 \\ - 9\ 0 \\ \hline \boxed{} \end{array} $	$480.000 : 4 =$ $480.000 : 12 =$ $480.000 : 10.000 =$ $480.000 : 160 =$ $480.000 : 12.000 =$	Διαιρούμε κάθετα τους αριθμούς: $84.900 : 6 =$ $107.352 : 18 =$
<p>και ατελής ($u \neq 0$)</p> $ \begin{array}{r} 7\ 8\ \boxed{}\ 2\ \boxed{}\ 8 \\ - 7\ \boxed{}\ 4\ 3\ \boxed{} \\ \hline 6\ 5 \\ - 5\ \boxed{} \\ \hline 1\ 1\ 2 \\ - 1\ \boxed{}\ 8 \\ \hline 4 \end{array} $	Το υπόλοιπο της διαίρεσης $2.502 : 5$ είναι ... $450.000 : 7 =$	

<p>Κλάσματα</p>    	<p>Γράφουμε πώς διαβάζουμε τα κλάσματα:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{2}$</td><td style="text-align: center;">$\frac{1}{4}$</td><td style="text-align: center;">$\frac{3}{4}$</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{5}{7}$</td><td style="text-align: center;">$\frac{1}{10}$</td><td style="text-align: center;">$\frac{1}{100}$</td></tr> </table>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$						
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$											
$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$											
<p>Δεκαδικοί αριθμοί</p>  $\frac{1}{10} = 0,1$	<p>Γράφουμε πώς διαβάζουμε τους δεκαδικούς αριθμούς:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">0,9</td><td style="text-align: center;"></td><td style="text-align: center;">0,12</td><td style="text-align: center;"></td><td style="text-align: center;">0,123</td><td style="text-align: center;"></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">1,9</td><td style="text-align: center;"></td><td style="text-align: center;">1,26</td><td style="text-align: center;"></td><td style="text-align: center;">12,306</td><td style="text-align: center;"></td></tr> </table>	0,9		0,12		0,123		1,9		1,26		12,306	
0,9		0,12		0,123									
1,9		1,26		12,306									
<p>Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς</p>  $0,2 + 0,5 = 0,7$	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">4,8 + 1 =</td><td style="text-align: center;">4,8 + 0,1 =</td><td style="text-align: center;">4,8 + 0,01 =</td><td style="text-align: center;">4,8 + 0,001 =</td><td style="text-align: center;">Προσθέτουμε κάθετα τους αριθμούς: 36 + 3,6 + 0,36 + 3</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">4,8 - 1 =</td><td style="text-align: center;">4,8 - 0,1 =</td><td style="text-align: center;">4,8 - 0,01 =</td><td style="text-align: center;">4,8 - 0,001 =</td><td style="text-align: center;">Αφαιρούμε κάθετα τους αριθμούς: 100,02 - 23,65 =</td></tr> </table>	4,8 + 1 =	4,8 + 0,1 =	4,8 + 0,01 =	4,8 + 0,001 =	Προσθέτουμε κάθετα τους αριθμούς: 36 + 3,6 + 0,36 + 3	4,8 - 1 =	4,8 - 0,1 =	4,8 - 0,01 =	4,8 - 0,001 =	Αφαιρούμε κάθετα τους αριθμούς: 100,02 - 23,65 =		
4,8 + 1 =	4,8 + 0,1 =	4,8 + 0,01 =	4,8 + 0,001 =	Προσθέτουμε κάθετα τους αριθμούς: 36 + 3,6 + 0,36 + 3									
4,8 - 1 =	4,8 - 0,1 =	4,8 - 0,01 =	4,8 - 0,001 =	Αφαιρούμε κάθετα τους αριθμούς: 100,02 - 23,65 =									
<p>Συμμιγείς αριθμοί</p>  <p>2018 έτ. 9 μήν. 12 ημ.</p>	<p>Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε συμμιγείς:</p> <p>1,248 μ. 3,600 κ. 1,5 ώρ.</p>												
<p>Αριθμογραμή</p> 	<p>Συμπληρώνουμε τους αριθμούς στην αριθμογραμή:</p> 												

Τι θυμόμαστε από τα Μαθηματικά των προηγούμενων τάξεων

<p>Γεωμετρία</p> <ul style="list-style-type: none"> • □ □ 	<p>Αντιστοιχίζουμε τις ευθείες με τις ονομασίες τους:</p> <table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td></tr> <tr> <td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr> <tr> <td>παράλληλες</td><td>τεμνόμενες</td><td>κάθετες</td></tr> </table>				•	•	•	παράλληλες	τεμνόμενες	κάθετες			
•	•	•											
παράλληλες	τεμνόμενες	κάθετες											
<p>Γεωμετρικά σχήματα</p>	<p>Αναγνωρίζουμε τα γεωμετρικά σχήματα:</p> <p>.....</p> <p>Καθένα από τα παραπάνω γεωμετρικά σχήματα έχει:</p> <p>α. τέσσερις _____</p> <p>β. τέσσερις _____</p> <p>γ. τέσσερις _____</p> <p>Γράφουμε ποια από τα παραπάνω γεωμετρικά σχήματα έχουν:</p> <p>α. όλες τις πλευρές τους ίσες: _____</p> <p>β. όλες τις γωνίες τους ορθές: _____</p>												
<p>Γεωμετρικά στερεά</p>	<p>Αναγνωρίζουμε τα γεωμετρικά στερεά:</p> <table style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%;"></td> </tr> <tr> <td>_____</td> <td>_____</td> <td>_____</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>_____</td> <td>_____</td> <td>_____</td> </tr> </table>				_____	_____	_____				_____	_____	_____
_____	_____	_____											
_____	_____	_____											

Μετρήσεις	Αναφέρουμε γνωστά μας μεγέθη και τις αντίστοιχες μονάδες με τις οποίες τα μετράμε.				
Μετράμε το μήκος 	Υπολογίζουμε την περίμετρο των παρακάτω σχημάτων. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 10px;">2 εκ. <input style="width: 40px; height: 20px; border: 1px solid black; margin: 5px auto;" type="text"/></td> <td style="text-align: center; padding: 10px;">2 εκ. <input style="width: 80px; height: 20px; border: 1px solid black; margin: 5px auto;" type="text"/> 4 εκ.</td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 10px;">Περίμετρος τετραγώνου =</td> <td style="text-align: center; padding: 10px;">Περίμετρος ορθογωνίου =</td> </tr> </table>	2 εκ. <input style="width: 40px; height: 20px; border: 1px solid black; margin: 5px auto;" type="text"/>	2 εκ. <input style="width: 80px; height: 20px; border: 1px solid black; margin: 5px auto;" type="text"/> 4 εκ.	Περίμετρος τετραγώνου =	Περίμετρος ορθογωνίου =
2 εκ. <input style="width: 40px; height: 20px; border: 1px solid black; margin: 5px auto;" type="text"/>	2 εκ. <input style="width: 80px; height: 20px; border: 1px solid black; margin: 5px auto;" type="text"/> 4 εκ.				
Περίμετρος τετραγώνου =	Περίμετρος ορθογωνίου =				
Μετράμε την επιφάνεια 	Υπολογίζουμε το εμβαδό των παρακάτω σχημάτων. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 10px;">2 εκ. </td> <td style="text-align: center; padding: 10px;">2 εκ.  4 εκ.</td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 10px;">Εμβαδό τετραγώνου =</td> <td style="text-align: center; padding: 10px;">Εμβαδό ορθογωνίου =</td> </tr> </table>	2 εκ. 	2 εκ.  4 εκ.	Εμβαδό τετραγώνου =	Εμβαδό ορθογωνίου =
2 εκ. 	2 εκ.  4 εκ.				
Εμβαδό τετραγώνου =	Εμβαδό ορθογωνίου =				
Μετράμε τον χρόνο 	Γράφουμε τι ώρα θα δείχνει το ρολόι της εικόνας 2 ώρες και 45 λεπτά μετά: Γράφουμε τι ώρα έδειχνε το ρολόι της εικόνας πριν από 1 ώρα και 15 λεπτά:				
	Τα σχολεία κλείνουν 15 Ιουνίου και ανοίγουν 11 Σεπτεμβρίου. Υπολογίζουμε πόσες ημέρες είναι οι καλοκαιρινές διακοπές μας. _____				
Μετράμε το βάρος 	Γράφουμε το βάρος μας: Μετράμε με ακρίβεια το βάρος μας σε: και				
Μετράμε τη χωρητικότητα 	Γράφουμε τη χωρητικότητα την οποία έχει συνήθως: <ul style="list-style-type: none"> • ένα μεγάλο μπουκάλι νερό: • ένα μικρό μπουκάλι νερό: 				



Διερεύνηση



Ένα κατάστημα αθλητικών ειδών πούλησε 200 μπάλες. Οι 80 ήταν μπάλες του μπάσκετ και οι υπόλοιπες ήταν του βόλεϊ και του ποδοσφαίρου. Οι μπάλες του βόλεϊ ήταν διπλάσιες από αυτές του ποδοσφαίρου. Πόσες μπάλες του βόλεϊ και πόσες του ποδοσφαίρου πούλησε το κατάστημα;

1. Διαβάζουμε προσεκτικά το πρόβλημα, έτσι ώστε να διακρίνουμε:

Τι προσπαθούμε να βρούμε;	Τι γνωρίζουμε;

2. Προτείνουμε στρατηγικές με τις οποίες νομίζουμε ότι μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα.

Επιλέγουμε τη στρατηγική με την οποία θα προσπαθήσουμε να λύσουμε το πρόβλημα.

Παρουσιάζουμε με δικό μας τρόπο το πρόβλημα και το πώς θα το λύσουμε.

3. Συζητάμε με ποιες μαθηματικές σχέσεις μπορούμε να εκφράσουμε αυτά που γνωρίζουμε και πώς μπορούμε να βρούμε αυτό το οποίο ζητάμε.
4. Απαντάμε στο πρόβλημα.
5. Συζητάμε πώς μπορούμε να ελέγξουμε την απάντησή μας.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Όταν λύνουμε ένα πρόβλημα, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

1. Διαβάζουμε και διακρίνουμε:

- Τι προσπαθούμε να βρούμε;
- Τι γνωρίζουμε;

2. Σχεδιάζουμε πώς θα λύσουμε το πρόβλημα:

- Ποια στρατηγική ή στρατηγικές θα χρησιμοποιήσουμε;
- Ποιο εργαλείο ή ποια εργαλεία θα χρησιμοποιήσουμε;

3. Λύνουμε το πρόβλημα:

Με ποιες μαθηματικές σχέσεις μπορούμε να εκφράσουμε και να βρούμε τη λύση του προβλήματος;

4. Απαντάμε στο πρόβλημα.

5. Αναστοχαζόμαστε.

Παραδείγματα

Πόσες μπάλες του βόλεϊ και πόσες του ποδοσφαίρου πούλησε το κατάστημα;

- 200 μπάλες συνολικά
- 80 μπάλες μπάσκετ
- μπάλες βόλεϊ διπλάσιες από ποδοσφαίρου

Στρατηγικές	Εργαλεία
✓ Παρουσιάζω το πρόβλημα	✓ ζωγραφιά
Δοκιμάζω, ελέγχω, αναθεωρώ	πίνακας
Αναζητώ ένα μοτίβο	κατάλογος
Επιχειρηματολογώ	διάγραμμα
Εργάζομαι αντίστροφα	θεατρικό παιχνίδι
Λύνω ένα πιο απλό πρόβλημα	αντικείμενο

Οι μπάλες του βόλεϊ και του ποδοσφαίρου είναι 200 - 80 = 120. Επειδή οι μπάλες του βόλεϊ είναι διπλάσιες από τις μπάλες του ποδοσφαίρου, σε μία μπάλα ποδοσφαίρου και μία μπάλα βόλεϊ αντιστοιχούν τρεις μπάλες ποδοσφαίρου. Επομένως, οι μπάλες του ποδοσφαίρου είναι $120 : 3 = 40$ και οι μπάλες του βόλεϊ είναι $2 \times 40 = 80$.

Το κατάστημα πούλησε 80 μπάλες του βόλεϊ και 40 μπάλες του ποδοσφαίρου.

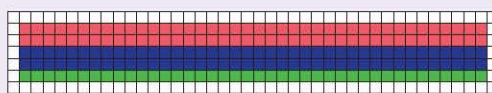
Το αποτέλεσμα που βρήκαμε είναι λογικό, γιατί $80 + 40 + 80 = 200$ μπάλες συνολικά. Οι πράξεις που κάναμε είναι σωστές και η απάντησή μας σαφής.



Εφαρμογή

Να λύσετε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας τετραγωνισμένο χαρτί.

Κάθε κουτί στο τετραγωνισμένο χαρτί αντιστοιχεί σε μία μπάλα. Από τις 200 μπάλες, οι 80 είναι του μπάσκετ (■). Σε κάθε δύο μπάλες του βόλεϊ (■) αντιστοιχεί μία ποδοσφαίρου (■).



Από το σχέδιο στο τετραγωνισμένο χαρτί φαίνεται ότι το κατάστημα πούλησε ___ μπάλες του βόλεϊ και ___ μπάλες του ποδοσφαίρου.



Αναστοχασμός

1. Ο Νίκος στο ίδιο πρόβλημα έγραψε την απάντηση: «Το κατάστημα πούλησε 80 και 40». Εξηγούμε γιατί είναι λανθασμένη η απάντησή του.
2. Συζητάμε γιατί σε κάθε πρόβλημα γράφουμε τη λύση και την απάντησή του.
3. Η Αγγελική υποστηρίζει ότι ο τρόπος με τον οποίο λύνουμε τα προβλήματα στα Μαθηματικά μάς βοηθά να λύσουμε και τα προβλήματα που συναντάμε στη ζωή μας. Συμφωνείτε μαζί της; Ναι ή όχι και γιατί;

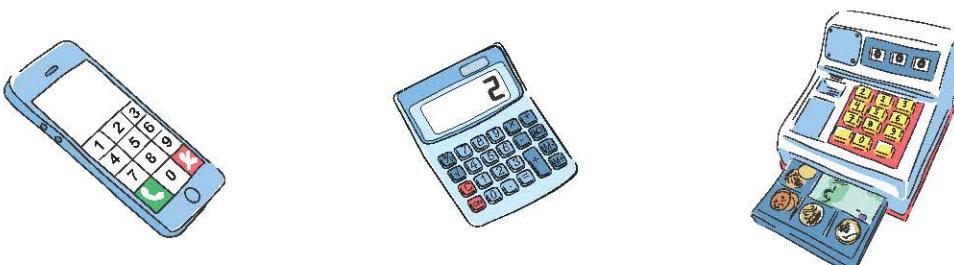


Διερεύνηση



Εξετάζουμε ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι φυσικοί αριθμοί και δικαιολογούμε την απάντησή μας.

Αναγνωρίζουμε τη συσκευή που δείχνει η κάθε εικόνα και παρατηρούμε τα πληκτρολόγιά τους.



- Πόσα πλήκτρα με αριθμούς έχει το πληκτρολόγιο κάθε συσκευής:
- Ποια είναι και πώς ονομάζουμε τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε για να γράψουμε τους φυσικούς αριθμούς;
- Στην αριθμομηχανή τσέπης της διπλανής εικόνας έχουν σβηστεί τα ψηφία από ορισμένα πλήκτρα. Χρησιμοποιούμε μόνο μία φορά κάθε ψηφίο από αυτά που δεν έχουν σβηστεί και γράφουμε:
 - τον μεγαλύτερο φυσικό αριθμό:
 - τον μικρότερο φυσικό αριθμό:



Συζητάμε ποιος είναι ο μικρότερος φυσικός αριθμός και γιατί δεν υπάρχει ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

- Οι αριθμοί $0, 1, 2, 3, \dots, 98, 99, 100, \dots$, ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**.
- Καθένας από τους φυσικούς αριθμούς εκφράζει ολόκληρες μονάδες, εκτός από το 0.
- Γράφουμε τους φυσικούς αριθμούς χρησιμοποιώντας τα **δέκα ψηφία**: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ και 9 .
- Κάθε φυσικός αριθμός έχει **έναν επόμενο** και **έναν προηγούμενο** φυσικό αριθμό, εκτός από τον αριθμό 0 , ο οποίος έχει μόνον επόμενο, τον αριθμό 1 .
- Ο αριθμός 0 είναι ο **μικρότερος** φυσικός αριθμός.
- **Μεγαλύτερος** φυσικός αριθμός δεν υπάρχει γιατί για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει ο επόμενός του.

- Οι **άρτιοι** φυσικοί αριθμοί είναι:

$0, 2, 4, 6, 8, \dots$,

- Οι **περιπτοί** φυσικοί αριθμοί είναι:

$1, 3, 5, 7, \dots$,

Παραδείγματα

3 βιβλία, 183 μαθήτριες, 165.000 €

Προηγούμενος αριθμός	Αριθμός	Επόμενος αριθμός
	0	1
59.779	59.780	59.781
999.999	1.000.000	1.000.001
10.000.008	10.000.009	10.000.010

138, 66.000, 1.357.192

269, 258.021, 10.200.865



Εφαρμογή

Να βρείτε τη σχέση με την οποία δημιουργείται κάθε αριθμητικό μοτίβο και να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν. Έπειτα να δείξετε τη σχέση αυτή για κάθε αριθμητικό μοτίβο στην αριθμογραμμή.

α. $0, 1, 2, 3, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 12, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 21$.

β. $0, 2, 4, 6, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 24, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 32$.

γ. $1, 3, 5, 7, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 25, \underline{\quad}, \underline{\quad}, 31$.

Σε καθένα από τα παραπάνω αριθμητικά μοτίβα εξετάζουμε τη σχέση την οποία έχει ο δεύτερος αριθμός με τον πρώτο, ο τρίτος με τον δεύτερο κ.ο.κ. Έτσι έχουμε:

α. $1=0+1$, $2=1+1$, $3=2+1$, ...

β. $2=0+2$,

γ.



Αναστοχασμός

1. Ο επόμενος φυσικός αριθμός του 1.000 είναι ο:

a. 1.010	b. 1.001	c. 1.100
----------	----------	----------
2. Ο προηγούμενος αριθμός του $10.000.000$ είναι ο:

a. 99.999.999	b. 9.999.999	c. 9.099.999
---------------	--------------	--------------
3. Η Αγγελική υποστηρίζει ότι, αν ένας φυσικός αριθμός γράφεται χρησιμοποιώντας μόνο το ψηφίο 9 , τότε ο επόμενος του έχει ένα παραπάνω ψηφίο. Έχει δίκιο η Αγγελική;
4. Γράφουμε έναν φυσικό αριθμό κι εξηγούμε πώς βρίσκουμε τον προηγούμενο και τον επόμενο του.



Διερεύνηση



Συζητάμε πώς μπορούμε να διαβάζουμε και να γράφουμε πολυψήφιους αριθμούς



Η Κίνα είναι η χώρα με τον μεγαλύτερο πληθυσμό σε όλο τον κόσμο. Σύμφωνα με την Εθνική Στατιστική Υπηρεσία της την 1η Ιουλίου του 2016 ο πληθυσμός της ήταν περίπου 1.400.000.000 κάτοικοι.

Πηγή: <http://data.stats.gov.cn/>

1. Πόσα και ποια είναι τα διαφορετικά ψηφία στον αριθμό που δείχνει τον πληθυσμό της Κίνας;
-
2. Τοποθετούμε τον αριθμό που δείχνει τον πληθυσμό της Κίνας στον παρακάτω πίνακα αξίας θέσης. Εξηγούμε πώς εργαστήκαμε.
-
3. Ποιο είναι το ψηφίο με τη μεγαλύτερη αξία στον παραπάνω αριθμό;
-

Ποια είναι η αξία του; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.

4. Ποιο είναι το άθροισμα της αξίας των ψηφίων του παραπάνω αριθμού;
-
5. Σύμφωνα με τις προβλέψεις του ΟΗΕ, το 2050 η χώρα με τον μεγαλύτερο πληθυσμό σε όλο τον κόσμο θα είναι η Ινδία, που θα έχει 300 εκατομμύρια περίπου περισσότερους κατοίκους από αυτούς που είχε η Κίνα τον Ιούλιο του 2016.
Εξηγούμε πώς μπορούμε να βρούμε ποιος θα είναι ο πληθυσμός της Ινδίας το 2050 και έπειτα τον γράφουμε στον πίνακα αξίας θέσης.
-

Πηγή: <http://www.un.org/>

	ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•			ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			•			ΜΟΝΑΔΕΣ		
	E	Δ	M		E	Δ	M		E	Δ	M		E	Δ	M		E	Δ	M		
	x100.000.000.000	x10.000.000.000	x1.000.000.000		x100.000.000	x10.000.000	x1.000.000		x100.000	x10.000	x1.000		x100	x10	x1						
Πληθυσμός Κίνας 1-7-16																					
Πληθυσμός Ινδίας 2050																					

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

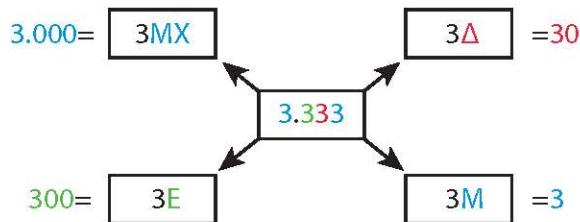
Η **αξία** των ψηφίων ενός φυσικού αριθμού εξαρτάται από τη **θέση** των ψηφίων στον αριθμό.

Μπορούμε να γράψουμε έναν αριθμό:

- με **ψηφία**
- με **λέξεις**

Μπορούμε **να αναλύσουμε** έναν αριθμό σε άθροισμα της αξίας των ψηφίων του.

Παραδείγματα



Γράφουμε: 1.400.000.000
χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 4 και 0.

Διαβάζουμε: ένα δισεκατομμύριο τετρακόσια εκατομμύρια

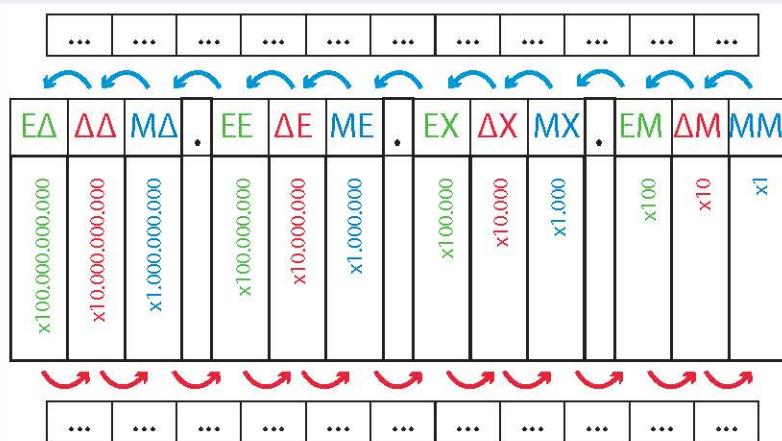
Η αξία του ψηφίου 1 στον αριθμό 1.400.000.000 είναι 1ΜΔ=1.000.000.000 και του 4 είναι 4ΕΕ= 400.000.000.

Αναλύουμε: 1.000.000.000+400.000.000



Εφαρμογή

Ποια είναι η σχέση που έχει η αξία κάθε θέσης με την αμέσως προηγούμενη και την αμέσως επόμενη της;



$$\begin{aligned} 10 &= \dots \times 1 \\ 100 &= \dots \times 10 \\ 1.000 &= \dots \times 100 \\ 10.000 &= \dots \times 1.000 \\ &\dots \end{aligned}$$

Η αξία κάθε θέσης είναι από την αμέσως προηγούμενη της και από την αμέσως επόμενη της.



Αναστοχασμός

- Στον αριθμό 356.723.156 το ψηφίο 7 είναι στη θέση των:
A. Εκατοντάδων Εκατομμυρίων B. Εκατοντάδων Χιλιάδων C. Δεκάδων Χιλιάδων
- Στην ανάλυση του αριθμού $6.752.180 = 6.000.000 + 700.000 + \dots + 2.000 + 100 + 80$ λείπει το:
A. 500.000 B. 50.000 C. 5.000
- Ο Αντρέι έγραψε τον αριθμό τρία δισεκατομμύρια τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες έξι ως εξής: 3.450.006.000. Είναι σωστό ή λάθος ό,τι έγραψε και γιατί;



Διερεύνηση

Στον διπλανό πίνακα αναφέρεται το πλήθος των τουριστών από κάθε ήπειρο που επισκέφτηκαν την Ελλάδα το 2015, σύμφωνα με τον Ελληνικό Οργανισμό Τουρισμού.

Ήπειρος	Πλήθος τουριστών
Ευρώπη	20.715.664
Ασία	1.515.386
Αφρική	61.685
Αμερική	1.094.750
Ωκεανία	211.970

a. Συμπληρώνουμε τον πίνακα αξίας θέσης και τοποθετούμε τους παραπάνω αριθμούς.

1. Από ποια ήπειρο ήταν οι περισσότεροι τουρίστες οι οποίοι επισκέφτηκαν την Ελλάδα το 2015;
-
2. Από ποια ήπειρο ήταν οι λιγότεροι;
-
3. Πόσο περισσότεροι ήταν οι τουρίστες από την Ασία σε σύγκριση με τους τουρίστες από την Αμερική;
-



Συζητάμε πώς συγκρίνουμε πολυψήφιους αριθμούς:

a. με διαφορετικό πλήθος ψηφίων:

β. με ίσο πλήθος ψηφίων:

β. Βάζουμε στη σειρά τους αριθμούς του πίνακα με το πλήθος των τουριστών από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

_____ < _____ < _____ < _____ < _____

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Παραδείγματα

Όταν θέλουμε να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς, μετράμε το πλήθος των ψηφίων τους.

- a. Αν οι δύο φυσικοί αριθμοί έχουν **διαφορετικό** πλήθος ψηφίων, μεγαλύτερος είναι αυτός ο οποίος έχει τα πιο πολλά ψηφία.

a. διαφορετικό πλήθος ψηφίων

$$\begin{array}{ccc} 16.230.010 & > & 6.513.010 \\ \text{οκτώ ψηφία} & & \text{επτά ψηφία} \end{array}$$

- β. Αν οι δύο φυσικοί αριθμοί έχουν **ίσο** πλήθος ψηφίων, συγκρίνουμε τα ψηφία τους ξεκινώντας από τα αριστερά προς τα δεξιά. Μεγαλύτερος είναι αυτός ο οποίος έχει το μεγαλύτερο ψηφίο στην ίδια θέση.

β. ίσο πλήθος ψηφίων

$$\begin{array}{ccc} 16.230.010 & > & 15.130.109 \\ \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

γιατί $6 > 5$ στις Μονάδες Εκατομμυρίων



Εφαρμογή

Να γράψετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που μπορούν να σχηματιστούν χρησιμοποιώντας τα ψηφία 2, 7 και 9 από μία φορά το καθένα. Έπειτα να τους συγκρίνετε και να τους τοποθετήσετε πάνω στην αριθμογραμμή.

Οι τριψήφιοι αριθμοί που γράφονται με τα ψηφία 2, 7 και 9 είναι:

.....

Η σειρά τους, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο, είναι:



Αναστοχασμός

- Η Αγγελική έγραψε: $2.397.726 < 235.987$. Ποιο είναι το λάθος της;
- Εξηγούμε γιατί $2.398.726 > 2.397.726$.
- Ο Νίκος υποστηρίζει ότι ο μεγαλύτερος πενταψήφιος αριθμός είναι ο 99.990. Έχει δίκιο; Ναι ή όχι και γιατί;
- Βρίσκουμε όλους τους τριψήφιους άρτιους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι από το 882.
- Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 0 και 8, μία φορά το καθένα, η Δανάη βρήκε έξι αριθμούς που υποστηρίζει ότι είναι τριψήφιοι. Έχει δίκιο; Ναι ή όχι και γιατί;



Διερεύνηση

1. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι πέντε μεγαλύτερες πόλεις της Ελλάδας και οι αριθμοί των κατοίκων τους με βάση την απογραφή του 2011:
- με ακρίβεια και
 - μετά τη στρογγυλοποίηση.

Πόλεις	Πλήθος κατοίκων με ακρίβεια	Πλήθος κατοίκων μετά τη στρογγυλοποίηση
Αθήνα	3.218.218	3.218.000
Θεσσαλονίκη	1.012.597	1.013.000
Πάτρα	168.202	168.000
Ηράκλειο	153.653	154.000
Λάρισα	144.651	145.000

Συγκρίνουμε τους αριθμούς που δείχνουν το πλήθος των κατοίκων κάθε πόλης πριν από τη στρογγυλοποίηση και μετά τη στρογγυλοποίηση.

Ποια ψηφία και σε ποια θέση έχουν αλλάξει σε κάθε αριθμό;

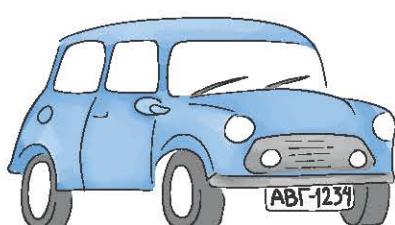


Συζητάμε σε ποια θέση κάθε αριθμού έχει γίνει η στρογγυλοποίηση.

2. Αναφέρουμε περιπτώσεις από την καθημερινή μας ζωή στις οποίες μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε φυσικούς αριθμούς.
-



Συζητάμε άλλες περιπτώσεις αριθμών στις οποίες δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία της στρογγυλοποίησης.



Εξηγούμε γιατί ο αριθμός κυκλοφορίας ενός αυτοκινήτου αναφέρεται πάντα με ακρίβεια.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες**Παραδείγματα**

Η **στρογγυλοποίηση** είναι μια διαδικασία με την οποία μπορούμε να αντικαταστήσουμε έναν αριθμό με κάποιον λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο του.

Η στρογγυλοποίηση γίνεται ως εξής:

1. Προσδιορίζουμε τη **θέση** του ψηφίου του αριθμού στην οποία θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.
2. Εξετάζουμε το ψηφίο που βρίσκεται στην **αμέσως επόμενη** δεξιά θέση. Αν είναι:
 - **0, 1, 2, 3 ή 4**, τότε **αντικαθιστούμε** το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0 και **αφήνουμε ίδιο** το ψηφίο της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.
 - **5, 6, 7, 8 ή 9**, τότε **αντικαθιστούμε** το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0 και **αυξάνουμε κατά μία μονάδα** το ψηφίο της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.

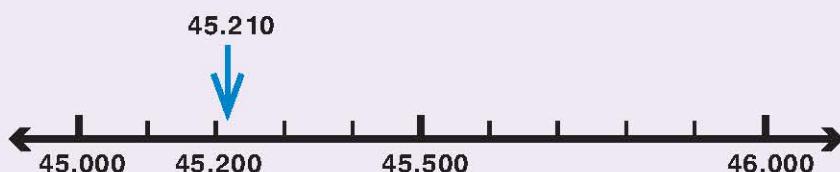
Στρογγυλοποίηση των αριθμών 1.252.678 και 1.256.990:

Δ.Χ.	1.252.678	1.250.000
E.M.	1.256.940	1.256.900

Δ.Χ.	1.256.990	1.260.000
E.M.	1.252.678	1.252.700

**Εφαρμογή**

Να δείξετε τη στρογγυλοποίηση του αριθμού 45.210 στις Εκατοντάδες με τη βοήθεια της αριθμογραμμής:



Ο φυσικός αριθμός 45.210 στην αριθμογραμμή βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς 45.000 και 46.000 και, συγκεκριμένα, είναι πιο κοντά στο 45.000 από ότι στο 46.000. Η στρογγυλοποίησή του στις Εκατοντάδες δίνει τον αριθμό 45.200.

**Αναστοχασμός**

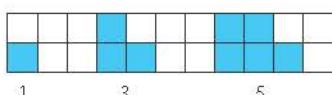
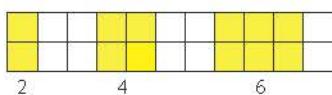
1. Εξηγούμε πώς η στρογγυλοποίηση στις EX του 83.456.057 δίνει τον αριθμό 83.500.000.
2. Η Αγγελική υπολόγισε ότι το άθροισμα $5.134 + 6.237$ είναι περίπου 11.000. Εξηγούμε τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να σκέφτηκε.
3. Η Δανάη υπολόγισε πως η διαφορά $8.978 - 4.209$ είναι περίπου 4.800. Σε ποια θέση στρογγυλοποίησε;
4. Ο Νίκος υπολόγισε πως το γινόμενο 190×110 είναι περίπου 20.000. Σε ποια θέση στρογγυλοποίησε τους παράγοντες του γινομένου;
5. Ο Αντρέι υπολόγισε πως το πηλίκο $3.565 : 6$ είναι περίπου 600. Εξηγούμε τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να σκέφτηκε.

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

- ✓ να διαβάζω, να γράφω και να αναγνωρίζω φυσικούς αριθμούς,
- ✓ να αναγνωρίζω την αξία θέσης κάθε ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς,
- ✓ να αναλύω και να συνθέτω φυσικούς αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους ,
- ✓ να διατάσσω και να συγκρίνω φυσικούς αριθμούς,
- ✓ να στρογγυλοποιώ και να κάνω νοερούς υπολογισμούς,
- ✓ να λύνω προβλήματα με φυσικούς αριθμούς.



Ασκήσεις



Γράφουμε ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί:

Γράφουμε ποιοι είναι οι άρτιοι φυσικοί αριθμοί:

Γράφουμε ποιοι είναι οι περιπτώι φυσικοί αριθμοί:

ΔΙΣΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
E	Δ	M	E	Δ	M	E	Δ	M	E	Δ	M
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Αναλύουμε τον αριθμό 2.709.036:

Γράφουμε τον αριθμό που έχει 3ΔΕ 6EX 3ΔX 9Μ:

διαφορετικό πλήθος ψηφίων

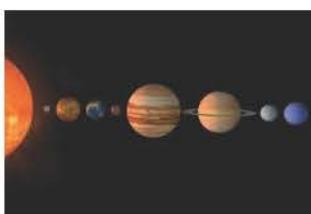
16.230.010 > 6.513.010
οκτώ ψηφία επτά ψηφία

Βάζουμε στη σειρά τους αριθμούς από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο:

3.508.970, 350.890, 459.810, 45.890.000, 45.258

ίσο πλήθος ψηφίων
16.230.010 > 15.130.109

γιατί $6 > 5$ στις Μονάδες Εκατομμυρίων



Στρογγυλοποιούμε τον αριθμό 12.453.089:

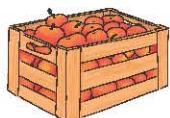
στις Δ	
στις MX	
στις EX	
στις ΔΕ	

1ο Πρόβλημα



Ο Αντρέι φτιάχνει με τουβλάκια μια σκάλα. Για το πρώτο σκαλοπάτι χρησιμοποιεί ένα τουβλάκι, για το δεύτερο δύο τουβλάκια, για το τρίτο τρία, ... Πόσα τουβλάκια χρειάζεται, για να φτιάξει με τον ίδιο τρόπο μια σκάλα με 10 σκαλοπάτια;

2ο Πρόβλημα



Σε 3 τελάρα χωράνε 12 κιλά μήλα. Πόσα κιλά μήλα χωράνε σε 246 τελάρα;

3ο Πρόβλημα



Η Δανάη ανοίγει τον κουμπαρά της και βρίσκει 146 κέρματα των 50 λεπτών του €. Με αυτά αγοράζει μία μπλούζα των 15 €, ένα παντελόνι των 20 € κι ένα μπουφάν. Με πόσα € αγοράζει το μπουφάν χωρίς να πάρει ρέστα;

4ο Πρόβλημα



Η κυρία Μαρία την πρώτη ημέρα μάζεψε από την πορτοκαλιά της 8 πορτοκάλια, τη δεύτερη ημέρα τριπλάσια πορτοκάλια από την πρώτη, την τρίτη διπλάσια από τη δεύτερη και την τέταρτη ημέρα τόσα πορτοκάλια, όσα είχε μαζέψει όλες τις προηγούμενες ημέρες. Πόσα πορτοκάλια μάζεψε από την πορτοκαλιά της η κυρία Μαρία και τις τέσσερις ημέρες;

5ο Πρόβλημα



Τα παιδιά της Ε' τάξης κάθονται γύρω από ένα στρογγυλό τραπέζι σε καρέκλες που είναι τοποθετημένες σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις και αριθμημένες ως εξής: 1, 2, 3, ... Ο Νίκος κάθεται στην καρέκλα με τον αριθμό 7 και απέναντί του κάθεται η Δανάη στην καρέκλα με τον αριθμό 18. Πόσα είναι τα παιδιά της Ε' τάξης;